e-ISSN: 2615-3270 p-ISSN: 2615-3599

Eigen Mathematics Journal



Homepage jurnal: http://eigen.unram.ac.id

Analisis Dependensi Faktor Makroekonomi terhadap Tingkat Harga Emas Dunia dengan Pendekatan Copula

Sri Wati Agustini^a, Mustika Hadijati^b, Nurul Fitriyani^c

^a Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Jl Majapahit No. 62, Mataram, Indonesia, 83125.

Email: sriwatiagustini90@gmail.com

^b Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Jl Majapahit No. 62, Mataram, Indonesia, 83125.

Email: mustika.hadijati@unram.ac.id

^c Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Jl Majapahit No. 62, Mataram, Indonesia, 83125.

Email: nurul.fitriyani@unram.ac.id

ABSTRACT

Gold is a precious metal that used many times as an alternative investment. Before investing, every investor requires relevant information to make profitable investment decisions. Relevant information can be obtained by looking at the dependency relationship between variables. In identifying the relationship between variables, a Copula approach could be used, since it is not tight against the assumption of normality, which is common in macroeconomic variables. Copula used were Archimedean Copula family, such as Clayton, Frank, and Gumbel. The results of this study indicated that the Archimedean Copula of the Frank family is the best Copula models to explain the structure of dependencies between gold and each composite stock price index and exchange rate, with each parameter obtained were $\hat{\theta} = 2.886$ and $\hat{\theta} = -2.2930$, respectively, while Clayton Copula family was the best Copula models to explain the structure of dependencies between gold and oil, with parameter obtained was $\hat{\theta} = 3.4090$.

Keywords: Archimedean Copula, Composite Stock Price Index, Correlation, Exchange Rate, Oil.

ABSTRAK

Emas merupakan sejenis logam mulia yang banyak dijadikan sebagai alternatif investasi. Sebelum melakukan investasi, setiap investor memerlukan informasi yang relevan untuk membuat keputusan investasi yang menguntungkan. Informasi yang relevan yang bisa diperoleh adalah dengan melihat hubungan kebergantungan (dependensi) atau keeratan hubungan antar variabel. Dalam mengidentifikasi keeratan hubungan antar variabel digunakan suatu pendekatan copula yang tidak ketat terhadap asumsi kenormalan yang biasa terjadi pada variabel makroekonomi. Copula yang digunakan adalah keluarga copula Archimedean yaitu Clayton, Frank, dan Gumbel.

^{*} Corresponding author. Alamat e-mail: sriwatiagustini90@gmail.com

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa dengan copula Archimedean dari keluarga Frank merupakan model copula terbaik untuk menjelaskan struktur dependensi antara variabel emas dengan masing-masing variabel IHSG dan kurs dengan masing-masing parameter $\hat{\theta} = 2.886$ dan $\hat{\theta} = -2.2930$, selanjutnya keluarga copula Clayton dengan $\hat{\theta} = 3.4090$ merupakan model copula terbaik untuk menjelaskan struktur dependensi antara variabel emas dan minyak.

Kata Kunci: Copula Archimedean, Indeks Harga Saham Gabungan, Korelasi, Kurs, Minyak.

Diserahkan: 24-10-2019; Diterima: 31-12-2019;

Doi: https://doi.org/10.29303/emj.v1i2.37

1. Pendahuluan

Emas merupakan sejenis logam mulia yang dikenal sepanjang sejarah manusia, bukan hanya sekadar untuk perhiasan, emas juga digunakan sebagai standar keuangan di banyak negara dan juga sebagai alat tukar yang relatif abadi, dan diterima di semua negara di dunia (Raraga, dkk., 2012). Masyarakat yang memiliki dana pada saat ini cenderung untuk menginvestasikan dananya untuk membeli emas guna untuk mendapatkan keuntungan yang lebih tinggi (Suryanto, 2017). Di samping itu, keuntungan dari berinvestasi emas memiliki risiko yang lebih kecil dibandingkan dengan investasi saham ataupun instrumen lainnya (Tayson, 2011).

Emas sebagai sebuah kelas aset, harganya dipengaruhi oleh beberapa faktor makroekonomi yaitu indeks harga saham gabungan (IHSG), nilai kurs, dan harga minyak dunia (Raraga, dkk., 2012). Harga emas mengalami fluktuasi baik berupa kenaikan maupun penurunan sehingga dengan harga emas yang berfluktuasi memberikan peluang kepada para investor untuk mengalami keuntungan maupun kerugian. Sebelum melakukan investasi, setiap investor memerlukan informasi yang relevan untuk membuat keputusan investasi yang menguntungkan. Informasi relevan yang bisa diperoleh adalah dengan melihat hubungan ketergantungan (dependensi) atau keeratan hubungan antar variabel.

Dalam mengidentifikasi keratan hubungan antar variabel seringkali menggunakan analisis korelasi. Analisis korelasi yang seringkali digunakan adalah korelasi Pearson. Metode ini dapat digunakan baik jika memenuhi asumsi yaitu sebaran distribusi datanya normal. Namun dalam banyak aplikasi finansial terutama manajemen risiko finansial penggunaan korelasi kadang tidaklah tepat (Embrechts, 2009). Salah satu contoh kelemahan dalam manajemen risiko antara lain bahwa korelasi tidak mampu menangkap hubungan nonlinear antar faktor risiko. Penggunaan korelasi selain distribusi eliptik (misalnya distribusi normal) harus dilakukan dengan hati-hati (Mahfoud, 2012).

Pada umumnya, data dalam bidang ekonomi dan keuangan tidak menyebar normal dengan adanya titik-titik ekstrem. Biasanya, faktor-faktor makroekonomi tersebut diasumsikan menyebar normal dan saling bebas padahal tidak selalu normal dan tidak sepenuhnya bebas karena perubahan faktorfaktor makroekonomi tersebut sama-sama
dipengaruhi oleh perekonomian nasional (Sunariyah,
2003). Keadaan ini juga diperkuat oleh penelitian
yang dilakukan oleh Wijaya (2015) dan Hikmah, dkk.
(2017), yang hasilnya menunjukkan bahwa faktorfaktor makroekonomi tersebut tidak berdistribusi
normal. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode
untuk analisis hubungan tanpa terikat oleh asumsi
distribusi, khususnya asumsi distribusi normal.

Copula adalah suatu metode yang dapat digunakan untuk mempelajari kebergantungan atau hubungan antar variabel. Beberapa keunggulan copula antara lain tidak ketat terhadap asumsi khususnya sebaran sebaran, normal, menjelaskan hubungan yang tidak linear, mudah membangun sebaran bersamanya karena sebaran marginal dari peubah acak bisa berbeda atau bahkan sebaran marginal nya tidak diketahui Selain itu, copula dapat menggambarkan dependensi pada titiktitik ekstrem dengan jelas (Schölzel dan Friederichs, 2008). Berdasarkan uraian tersebut maka tujuan penelitian ini untuk menganalisis dependensi tingkat harga emas dunia dengan faktor makroekonomi dengan pendekatan copula.

2. Tinjauan Pustaka

2.1. Korelasi Tau Kendall

Korelasi Tau-Kendall termasuk dalam kategori statistik nonparametrik yang diperkenalkan oleh Kendall tahun 1983. Ukuran korelasi menuntut kedua variabel diukur sekurang-kurangnya skala ordinal. Asumsi lain yang harus terpenuhi adalah data merupakan sampel acak yang terdiri atas n pasangan hasil pengamatan (X_i, Y_i) . Hipotesis yang digunakan adalah (Daniel,1989):

 $H_0: \rho = 0$ (Tidak ada korelasi antara X dan Y)

 $H_1: \rho \neq 0$ (Ada korelasi antara X dan Y)

dimana statistika uji dan rank korelasi dari korelasi Tau-Kendall adalah:

$$\hat{\tau} = \frac{S}{\frac{n(n-1)}{2}} \tag{2.1}$$

dengan S=P-Q, dimana P adalah banyaknya pasangan berurutan wajar dan Q adalah banyaknya pasangan berurutan terbalik. Penolakan H_0 dilakukan

ketika $|\tau| > \tau \alpha_{/2,n}$, dengan $\tau \alpha_{/2}$ didapatkan dari tabel harga-harga kritis statistik uji korelasi Tau Kendall.

Jika ukuran sampel lebih dari 10 maka distribusi yang digunakan adalah distribusi normal, yaitu pada persamaan berikut:

$$z = \frac{3\hat{\tau}\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{2(2n+5)}} \tag{2.2}$$

dengan daerah penolakan H_0 berada ketika $|z| > z\alpha_{/2}$, atau $\rho - value < \alpha$ (Daniel, 1989).

2.2. Transformasi Variabel Random ke Distribusi Uniform[0.1]

Transformasi variabel dilakukan menggunakan persamaan berikut.

$$F_{X_{I}}(x_{i}) = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^{n} \mathbf{1} \left(X_{i}^{(j)} \le x \right); x_{i} \in R$$
 (2.3)

Transformasi data ke domain Uniform [0,1] dengan membuat rank plot X_i pada persamaan berikut.

$$\left(\left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \right), \left(\frac{R_2^{(j)}}{n+1} \right), \dots, \left(\frac{R_m^{(j)}}{n+1} \right) \right), 1 \le j \le n$$
 (2.4)

dengan $R_1^{(j)}, R_2^{(j)}, \dots, R_m^{(j)}$ adalah rank dari X_1, X_2, \dots, X_m (Genest dan Neslehova, 2010).

2.3. Uji Kenormalan

Hipotesis yang digunakan untuk pengujian kenormalan data adalah:

 H_0 : Data dari populasi berdistribusi normal

 H_1 : Data dari populasi berdistribusi tidak normal

Misalkan $x_1, x_2, ..., x_n$ adalah data yang akan diuji distribusi normalnya dengan tingkat signifikan 5% maka nilai statistika uji dengan metode Lilliefors dapat diperoleh dengan menggunakan rumus dibawah ini:

$$L = \max_{1 \le i \le n} (|F(Z_i) - S(Z_i)|) \tag{2.5}$$

Nilai statistika uji Lilliefors kemudian akan dibandingkan dengan nilai kritis L_{tabel} berdasarkan tabel nilai kritis Lilliefors (Lilliefors, 1967), hipotesis H_0 ditolak jika $L > L_{tabel}$.

2.4. Konsep Dasar Copula

Kata copula berasal dari bahasa latin yang berarti hubungan, pertalian, ikatan. Copula digunakan untuk mendeskripsikan hubungan antar variabel random. Konsep copula pertama kali diperkenalkan pada tahun 1959 oleh seorang matematikawan Abe Sklar yang teoremanya sekarang dikenal dengan nama Teorema Sklar. Teorema Sklar (1959) menyatakan

bahwa beberapa *multivariate joint distribution* dapat dinyatakan dalam fungsi *univariate marginal distribution* (Joe, 1997 dan Nelsen, 1999).

Teorema 2.1 (Sklar, 1959)

Misalkan H adalah fungsi distribusi gabungan dari variabel X dan Y, dengan F dan G masing-masing adalah fungsi marginal dari X dan Y. Maka terdapat sebuah copula G sedemikian sehingga untuk setiap X, Y di dalam \mathbb{R} berlaku,

$$H(x,y) = C(F(x), G(y)) = C(u,v)$$
 (2.6)

dengan u = F(x) dan v = G(y). Apabila F dan G kontinu, maka copula C tunggal, jika F dan G tidak kontinu maka copula C tunggal pada $Rank(F) \times Rank(G)$.

2.5. Copula Bivariat

Menurut Nelsen (2006) copula bivariat merupakan fungsi distribusi bivariat dengan marginal-marginalnya berdistribusi seragam di [0,1]. Secara matematis copula [0,1]. Secara matematis copula *C* dinyatakan oleh

$$C(u, v) = \Pr[U \le u, V \le v] \tag{2.7}$$

Misalkan dua peubah acak kontinu X dan Y memiliki fungsi distribusi berurutan F dan G, maka dapat dibentuk peubah acak baru yaitu U = F(X) dan V = G(Y). Berdasarkan Teorema Sklar fungsi distribusi bivariat X dan Y didefinisikan oleh

$$H(x,y) = Pr[X \le x, Y \le y]$$

$$= Pr[F(X) \le F(x), G(Y) \le G(y)]$$

$$= Pr[U \le u, V \le v]$$

$$= C(u,v)$$
(2.8)

a. Copula Archimedean

Copula Archimedean bivariate didefinisikan sebagai $C(u_1, u_2) = \emptyset^{-1} (\emptyset(u_1) + \emptyset(u_2))$ (2.9)

Fungsi Ø selanjutnya disebut pembangkit (generator) dari copula. Selanjutnya, diketahui pembangkit tegas (strict generator) Ø: $[0,1] \rightarrow [0,\infty]$. Anggota keluarga copula Archimedean terdiri atas copula Clayton, copula Frank, dan Copula Gumbel.

a. Copula Clayton

Menurut Nelsen (2006) untuk 2 dimensi, persamaan umum dari copula Clayton adalah

$$C_{\theta}^{cl}(u_1, u_2) = \left(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1\right)^{\frac{-1}{\theta}}$$
 (2.10)

dengan $\theta \in [0, \infty)$.

b. Copula Frank

Menurut Nelsen (2006) untuk 2 dimensi, persamaan umum dari copula Frank adalah

$$C_{\theta}^{Fr}(u_1, u_2) = \frac{-1}{\theta} ln \left(\frac{1 + (e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$$
 (2.11)

dengan $\theta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

c. Copula Gumbel

Menurut Nelsen (2006) untuk 2 dimensi, persamaan umum dari copula Gumbel adalah

$$C_{\theta}^{Gu}(u_1, u_2) = exp\left(-\left[\left((-\ln u_1)^{\theta}\right) + \left((-\ln u_2)^{\theta}\right)\right]^{\frac{1}{\theta}}\right)$$

dengan $\theta \in [1, \infty)$. (2.12)

2.6. Estimasi Parameter Copula dengan Tau Kendall

Ganest mengatakan bahwa untuk mengkonstruksi parameter dari copula Archimedean dapat menggunakan nilai korelasi Tau Kendall. Khusus pada kasus copula Archimedean nilai korelasi Kendall Tau dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\hat{\tau} = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} du$$
 (2.13)

dimana $\emptyset(u)$ merupakan *generator* dari copula keluarga Archimedian.

Tabel 2.1 Estimasi Parameter Copula Dengan Pendekatan Tau-Kendall.

Copula	$Generator(\emptyset(u))$	Estimasi $\widehat{m{ heta}}$
Clayton	$u^{-\theta} - 1$	$\hat{\theta}_c = \frac{2\tau}{1 - \tau}$
Gumbel	$(-\ln u)^{\theta}$	$\widehat{\theta}_G = \frac{1}{1 - \tau}$
Frank	$-\ln\left(\frac{e^{-\theta u}-1}{e^{-\theta}-1}\right)$	$\hat{\tau} = 1 - \frac{4\left((1 - D_1(\theta_F)\right)}{\theta_F}$
Keterangan: $D_k(x) = \int_0^x \frac{u^k}{e^{u-1}} du$ adalah fungsi Debye		

2.7. Estimasi Parameter Copula dengan MLE

Menurut (Barbara, 2011), pendugaan parameter copula Archimedean dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *log likelihood*. Misalkan $f(x_1,...,x_n)$ adalah densitas peluang bersama. Menerapkan teorema Sklar diperoleh

$$f(x_1, ..., x_n) = c(F_1(x_1), ..., F_n(X_n)) \prod_{i=1}^n f_i(x_i)$$

dengan

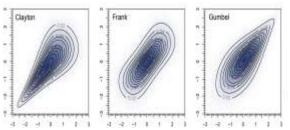
$$c(u_1, \dots, u_n) = \frac{\partial c(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n}$$
 (2.14)

adalah densitas copula dimensi n dari $C(u_1, ..., u_n; \theta)$. Apabila diambil sebanyak m bentuk persamaan (2.37) mengimplikasikan dekomposisi log kemungkinan ($log\ likelihood$) yakni

$$L = \sum_{j=1}^{m} logc(F_1(x_1), ..., F_n(X_n) + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} logf_i(x_i)$$
 (2.15)

2.8. Tail Dependensi

Keluarga copula Archimedean memiliki *tail* dependensi yang berbeda diantaranya copula Clayton mempunyai *tail* dependensi di bagian bawah, copula Frank tidak mempunyai *tail* dependensi, dan copula Gumbel mempunyai *tail* dependensi di bagian atas, dengan pola masing-masing terlihat di Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Perilaku tail dependensi dari Copula Archimedean Sumber: Scholzel dan Friederichs (2008)

3. Metode Penelitian

Alat yang digunakan untuk menganalisis menggunakan bantuan *software* R Versi 3.6.0, Excel dan SPSS. Sedangkan bahan yang digunakan adalah referensi berupa artikel, buku, studi literatur, dan jurnal-jurnal terkait.

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Penelitian ini menggunakan beberapa situs untuk memperoleh data. Data indeks harga saham (IHSG) dan kurs diperoleh dari situs resmi yahoo finance. Data harga emas dunia diperoleh dari situs resmi *London Bellion Market Association* (LBMA), sedangkan harga minyak dunia diperoleh dari situs resmi *Energi Information Administration* (EIA, 2019). Data yang digunakan merupakan data bulanan dari tahun 2013-2017.

Tabel 3. 1 Variabel Penelitian

No.	Simbol	Variabel	Keterangan
1	Y	Respon	Tingkat Harga Emas
			(Rupiah/Toz)
2	X_1	Prediktor	IHSG (Rupiah)

No.	Simbol	Variabel	Keterangan
3	X_2	Prediktor	Harga Minyak Dunia
			(Rupiah/ Barrel)
4	X_3	Prediktor	Nilai Tukar
			(Rupiah/USD)

Penelitian ini terdiri dari atas beberapa tahap yaitu:

- 1. Menentukan statistik deskriptif data untuk memperoleh gambaran umum mengenai data.
- 2. Melakukan identifikasi hubungan tingkat harga emas dan faktor makroekonomi *Scatterplot* antara variabel *Y* (Tingkat harga emas) dan *X* (Faktor Makroekonomi).
- 3. Menguji asumsi distribusi normal.
- 4. Mendapatkan nilai korelasi antara nilai variabel *X* dan *Y* menggunakan korelasi Tau Kendall.
- 5. Estimasi parameter copula, dengan melakukan transformasi data ke domain *uniform*[0.1] dan mendapatkan estimasi parameter Copula dengan pendekatan Tau Kendall.
- 6. Memilih Copula terbaik dengan Metode *Maximum Likelihood Ratio* (MLE) dan menarik kesimpulan.

4. Hasil dan Pembahasan

Tabel 4.1 berikut menunjukkan statistik deskriptif masing-masing variabel Y dan X dari data penelitian yang digunakan.

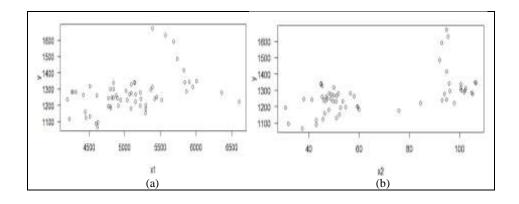
Tabel 4.1 Hasil Statistik Deskriptif

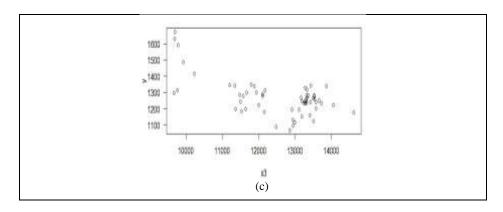
Variabel	Mini- mum	Maksi- mum	Rata- rata	Simpa- ngan Baku
Emas (y)	1068.3	1671.9	1268.8	114.0
IHSG (x_1)	4195.0	6605.6	5088.5	536.1
Minyak (x_2)	30.6	106.5	66.8	25.0
Kurs (x_3)	9666.0	14613.6	12484.1	1257.4

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa harga emas menunjukkan nilai maksimum sebesar 1671.89. Hal ini berarti harga emas yang ditetapkan oleh pasar emas London sebagai acuan harga emas dunia sebesar 1671.89, sedangkan nilai minimum sebesar 1068.32. Nilai rata-rata sebesar 1268.75 artinya selama periode penelitian terjadi harga emas selalu mengalami kenaikan. Untuk standar deviasi 114.01 menunjukkan sebesar bahwa ukuran penyebaran rata-rata harga emas sebesar 114.01 dari 60 pengamatan yang terjadi. Selanjutnya untuk variabel IHSG, minyak dan kurs dapat dilihat juga pada Tabel 4.1.

4.1 Identifikasi Hubungan antara Harga Emas dan Faktor Makroekonomi

Langkah awal dalam identifikasi hubungan antara variabel emas (y) dan faktor makroekonomi yaitu IHSG (x_1) , harga minyak (x_2) dan kurs (x_3) . Dilakukan dengan analisis *scatterplot* data bertujuan untuk memberikan gambaran hubungan antara harga emas dengan faktor makroekonominya. Berikut hasil *scatterplot* antar variabel.





Gambar 4.1 Hasil *Scatterplot*: (a) Emas(y) dengan IHSG (x_1) ; (b) Emas dengan Minyak (x_2) ; dan (c) Emas dengan Kurs (x_3) .

Scatterplot pada Gambar 4.1 menunjukkan adanya penyebaran titik-titik yang tidak merata, dapat dilihat ada titik-titik yang berdekatan terkonsentrasi pada interval tertentu dan ada pula beberapa titik menunjukkan adanya amatan outlier yang jauh dari amatan lain. Titik-titik yang terkonsentrasi dalam satu area menunjukkan adanya korelasi yang berdekatan. Sedangkan titik-titik yang outlier menunjukkan ada hubungan yang sangat jauh antar variabel. Hubungan antara emas dengan faktor makroekonomi tidak cukup jika hanya ditunjukkan menggunakan scatterplot dikarenakan titik-titik tidak menunjukkan pola tertentu, sehingga kesimpulan yang berkaitan dengan korelasi dari kedua variabel sulit dijelaskan. Untuk itu, dibutuhkan suatu metode untuk menggambarkan kebergantungan (dependensi) antar variabelnya, dengan terlebih dahulu melakukan uji kenormalan atas data.

4.2 Pengujian Kenormalan

Tabel 4.2 Hasil Uji Kenormalan Data

No	Variabel	Kolmogorov- Smirnov #	Nilai p-value
1	Emas	0.159	0.001
2	IHSG	0.017	0.200
3	Minyak	0.227	0.000
4	Kurs	0.200	0.000

Keterangan: #: Koreksi Signifikansi Lilliefors

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa data emas dan faktor makroekonomi masing-masing memiliki p-value yang kurang dari $\alpha = 0.05$ maka tolak H_0 artinya data berdistribusi tidak normal kecuali IHSG p-value lebih dari $\alpha = 0.05$ maka terima H_0 data berdistribusi normal. Hasil pengujian yang dilakukan

memberikan kesimpulan bahwa sebagian besar dari semua variabel tidak mengikuti distribusi normal. Oleh karena itu untuk melihat struktur dependensi atau keratan hubungan antar variabel tidak bisa digunakan korelasi Pearson maka diperlukan metode yang tidak ketat terhadap asumsi khususnya asumsi normal untuk menganalisis struktur dependensi antara variabel. Copula merupakan metode yang tidak ketat terhadap asumsi khususnya asumsi normal.

4.3 Korelasi Tau-Kendall

Tabel 4.3 Hasil Koefisien Tau Kendall

	Tau –Kendall		
Variabel	Koefisien Korelasi	Nilai <i>p-value</i>	
Emas dan IHSG	0.2972	0.0008	
Emas dan minyak	0.3419	0.0001	
Emas dan kurs	-0.2424	0.0062	

Berdasarkan Tabel 4.3 hasil pengukuran koefisien korelasi menunjukkan p-value (Nilai Peluang) dari ketiga pengukuran koefisien korelasi menunjukkan signifikansi (p-value < 0.05) artinya antara kedua variabel memiliki korelasi positif antara emas dengan IHSG dan minyak, Sedangkan Kurs memiliki korelasi negatif.

4.4 Identifikasi Hubungan dengan Pendekatan Copula

Berikut diberikan hasil transformasi Variabel Acak ke Distribusi *Uniform* [0.1].

Tabel 4.4 Hasil Transformasi Variabel y dan x_1

No.	u_1	u_2
1	0.9836	0.7541
2	0.9672	0.8197
3	0.9508	0.8361
÷	:	:
58	0.623	0.0492
59	0.6557	0.0656
60	0.5246	0.0984

Tabel 4.4 menyatakan hasil Transformasi emas (y) dan IHSG (x_1) dengan $F(y) = u_1$ dan $F(x_1) = u_2$. Untuk mencari hasil transformasi variabel lainnya dengan menggunakan persamaan (2.3).

4.5 Estimasi Parameter Copula Archimedean Menggunakan Tau -Kendall

a. Estimasi parameter copula Clayton

$$\hat{\theta}_c = \frac{2\hat{\tau}}{1-\tau} = \frac{2(0.2972)}{1-0.2972} = \frac{0.5944}{0.7028} = 0.8457$$

b. Estimasi parameter copula Gumbel

$$\hat{\theta}_G = \frac{1}{1-\tau} = \frac{1}{1-0.2972} = \frac{1}{0.7028} = 1.423$$

Hasil estimasi parameter $\hat{\theta}$ untuk copula Gumbel, Clayton, Frank dari masing-masing variabel dengan bantuan *software* R Versi 3.6.0 dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 4.5 Hasil Estimasi Parameter Copula dengan Pendekatan Tau Kendall

Variabel	Jenis Copula	Estimasi Parameter
Emas dan IHSG	Gumbel	1.423
	Clayton	0.846
	Frank	2.886
Emas dan	Gumbel	1.520
Minyak	Clayton	1.039
	Frank	3.409
Emas dan Kurs	Gumbel	•
	Clayton	-0.390
	Frank	-2.293

c. Fitting Copula dengan MLE

Tabel 4.6 Hasil Fitting Copula dengan MLE

Variabel	Jenis Copula	Parameter $(\widehat{ heta})$	Log- likelihood
Emas dan	Gumbel	1.423	6.303
IHSG	Clayton	0.846	4.470
	Frank	2.886	6.476

Variabel	Jenis Copula	Parameter $(\widehat{m{ heta}})$	Log- likelihood
Emas dan	Gumbel	1.520	7.487
Minyak	Clayton	1.039	8.834
-	Frank	3.409	8.821
Emas dan	Clayton	-0.390	2.492
Kurs	Frank	-2.293	4.063

Berdasarkan Tabel 4.6 diperoleh model dependensi antara emas dan IHSG mengikuti copula Frank karena memiliki nilai log-likelihood terbesar dibandingkan copula lain sebesar ($\hat{\theta}=2.886$). Begitu pula dengan emas dengan kurs juga mengikuti copula Frank dengan nilai parameter ($\hat{\theta}=-2.293$). Sedangkan emas dengan minyak mengikuti copula Clayton dengan parameter ($\hat{\theta}=3.409$).

d. Model Copula Terpilih

Berdasarkan model copula yang terpilih antar variabel berdasarkan nilai *log-likelihood* besar, sehingga model masing-masing copula yang terpilih tersebut dapat ditulis sebagai berikut.

(1) Model Copula Frank antara emas dan IHSG

Model copula Frank antara emas dan IHSG diperoleh dengan parameter $\hat{\theta} = 0.2886$, yaitu:

$$C_{\theta}^{Fr}(u_{1,i}, u_{2,i}) = \frac{-1}{\theta} ln \left(\frac{1 + (e^{-\theta u_{1,i-1}})(e^{-\theta u_{2,i-1}})}{e^{-\theta - 1}} \right)$$

$$= \frac{-1}{2.886} ln \left(\frac{1 + (e^{-(2.886)u_{1,i-1}})(e^{-(2.886)u_{2,i-1}})}{e^{-(2.886) - 1}} \right)$$

(2) Model Copula Clayton antara emas dan Minyak

Model copula Clayton antara emas dan Minyak dengan parameter $\hat{\theta} = 1.039$ yaitu:

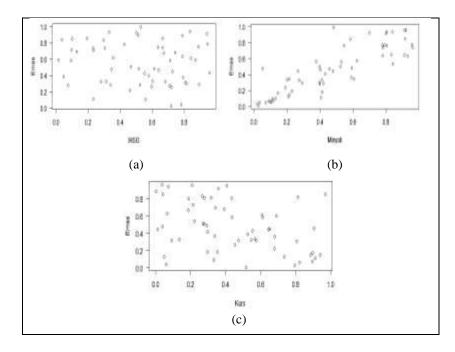
$$C_{\theta}^{cl}(u_{1,i}, u_{3,i}) = (u_{1,i}^{-\theta} + u_{3,i}^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}$$
$$= (u_{1,i}^{-(1.039)} + u_{3,i}^{-(1.039)} - 1)^{\frac{-1}{(1.039)}}$$

(3) Model Copula Frank antara emas dan Kurs

Model copula Frank antara emas dan kurs dengan parameter $\hat{\theta} = -2.293$, yaitu:

$$\begin{split} &C_{\theta}^{Fr}\left(u_{1,i},u_{4,i}\right) = -\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{1 + \left(e^{-\theta u_{1,i-1}}\right)\left(e^{-\theta u_{4,i-1}}\right)}{e^{-\theta - 1}}\right) \\ &= -\frac{1}{(-2.293)}\ln\left(\frac{1 + \left(e^{-(-2.293)u_{1,i-1}}\right)\left(e^{-(-2.293)u_{4,i-1}}\right)}{e^{-(-2.293) - 1}}\right) \\ &= \frac{1}{2.293}\ln\left(\frac{1 + \left(e^{(2.293)u_{1,i-1}}\right)\left(e^{(2.293)u_{4,i-1}}\right)}{e^{(2.293) - 1}}\right) \end{split}$$

Dapat digambarkan model dependensi copula terpilih pada pasangan variabel harga emas dengan IHSG, harga emas, kurs dapat ditunjukkan melalui scatterplot rank Copula diperoleh hasil sebagai berikut.



Gambar 4.2 Hasil *Scatterplot* dari Parameter θ yang Terpilih: (a) Copula Frank; (b) Copula Clayton; dan (c) Copula Frank.

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa bentuk copula yang terpilih variabel harga emas dengan IHSG, minyak dan kurs masing-masing memiliki bentuk copula. Bentuk copula yang terpilih kurang terlihat jelas polanya, karena jumlah datanya cukup kecil yaitu 60. Oleh karena itu dibangkitkan data sebanyak 5000 dengan parameter $\hat{\theta}$ yang sama dengan parameter yang terpilih sebelumnya. Sehingga model dependensi dapat terlihat jelas seperti pada gambar dibawah ini.

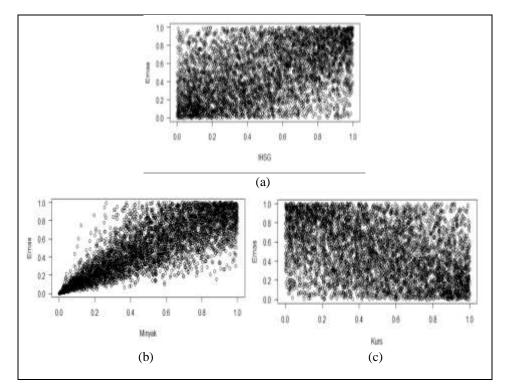
Selanjutnya, Gambar 4.3 menunjukkan bahwa karakteristik dari copula Clayton mempunyai *tail* dependensi di bagian bawah. Sedangkan copula Frank tidak mempunyai *tail* dependensi dengan interpretasi dependensinya dijelaskan berdasarkan parameternya. Sesuai copula yang terpilih apabila variabel mengikuti copula Clayton artinya memiliki hubungan yang kuat terjadi ketika kedua variabel bernilai rendah. Sedangkan bila variabel tersebut mengikuti copula Frank artinya memiliki hubungan yang erat ketika kedua variabel rendah atau kuat dilihat dari nilai parameternya.

Seperti yang terlihat pada Gambar 4.2 dan 4.3 dapat dijelaskan bahwa untuk Gambar 4.3(a) hubungan dependensi antara variabel emas dengan IHSG dapat dijelaskan berdasarkan keluarga copula Archimedean yang terpilih yaitu mengikuti copula

Frank dengan nilai parameter $\hat{\theta}=2.886$. Nilai $\hat{\theta}$ ini merupakan parameter ketergantungan antar variabelnya, Model Copula Frank memiliki *tail* dependensi atau ekor ketergantungan bagian atas dan bawah. Oleh karena itu interpretasi dependensinya dijelaskan berdasarkan nilai parameternya, dengan nilai parameter $\hat{\theta}=2.886$ bernilai positif menunjukkan adanya hubungan yang erat antara harga emas dan IHSG ketika keduanya sama-sama bernilai tinggi, artinya ketika IHSG naik maka harga emas juga naik.

Selanjutnya, Gambar 4.3(b) menunjukkan hubungan dependensi antar variabel emas dan minyak berdasarkan keluarga copula Archimedean yang terpilih yaitu mengikuti copula Clayton dengan nilai parameter $\hat{\theta} = 3.409$. Model Copula Clayton memiliki tail dependensi atau ekor ketergantungan bagian bawah, yang menunjukkan adanya hubungan yang erat antara harga emas dan minyak ketika keduanya sama-sama bernilai rendah, artinya ketika harga minyak turun maka harga emas juga mengalami penurunan. Gambar 4.3(c) menunjukkan hubungan dependensi antara emas dan kurs mengikuti copula Frank memiliki tail dependensi atau ekor ketergantungan bagian atas dan bawah. Interpretasi dependensinya dijelaskan berdasarkan nilai parameternya, dengan nilai parameter $\hat{\theta} =$

-2.293 bernilai negatif menunjukkan adanya hubungan yang erat antara harga emas dan kurs ketika keduanya sama-sama bernilai rendah, artinya ketika nilai kurs mengalami penurunan maka harga emas juga mengalami penurunan.



Gambar 4.3 Hasil *scatterplot* bangkitan 5000 data dengan parameter θ yang sudah terpilih: (a) Copula Frank; (b) Copula Clayton; dan (c) Copula Frank.

5. PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan, hubungan dependensi antara tingkat harga emas dunia dengan faktor makroekonomi (IHSG, harga minyak dunia, dan kurs) adalah sebagai berikut:

- 1. Model copula terbaik yang menjelaskan hubungan dependensi antara harga emas dengan IHSG adalah copula Archimedean dari keluarga Frank dengan parameter $\hat{\theta} = 2.886$.
- 2. Model copula terbaik yang menjelaskan hubungan dependensi antara harga emas dengan harga minyak adalah copula Archimedean dari keluarga Clayton dengan parameter $\hat{\theta} = 1.039$.
- 3. Model copula terbaik yang menjelaskan hubungan dependensi antara harga emas dengan kurs adalah copula Archimedean dari keluarga Clayton dengan parameter $\hat{\theta} = -2.293$.

DAFTAR PUSTAKA

Barbara, C., Rustam, I. & Elena, P., 2011, Copula Estimation. *In Copula Theory and Its Application*, Lecture Notes in Statistics, 198, 93-109.

Daniel, W. W., 1989, *Statistik Nonparametric Terapan*, Jakarta: Gramedia.

EIA, 2019, Maret 4, *Independent Statistics & Analysis*, Retrieved Desember 4, 2018, from U.S Energi Information Administration: https://www.eia.gov/

Embrechts, 2009, Copulas: A Personal View, *Journal of Risk and Insurance*, 76, 639-650.

Financia, 2019, *Yahoo Financia*, Retrieved Desember 4, 2018, from https://finance.yahoo.com/

Genest, C., & Nešlehová, J., 2010, Copulas: Introduction to the Theory and Implementation in R with Applications in Finance and Insurance, University Laval and McGill University.

Hikmah, I. R., Saefuddin, A., & Mangku, I., 2017, Identification of Dependent Structure and Prediction of Composite Stock Price Index with

C-D Vine Copula Approach. *International Journal of Scientific & Engineering Research*,7, 249-252.

- Joe, H., 1997, *Multivariate Models and Dependence Concept*, London: Chapman and Hall.
- LBMA, 2018, Desember 3, *Precious Metals Prices*, Retrieved Maret 4, 2019, from London is Home to The International Prices for Gold, Silver, Platinum and Palladium: http://www.lbma.org.
- Lilliefors, H.W., 1967, On the Kolmogorov Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown, *Jurnal of American Statistical Association*, 62, pp. 399-402.
- Mahfoud, M., 2012, *Bivariate Archimedean Copulas: an application to two stock market indeks.* Amsterdam: BMI Paper.
- Nelsen R. B., 2006, An Introduction to Copulas, Oregon (US): Springer Science and Business Media, Inc.
- Raraga, F., Chabachib, M., & Muharam, H., 2012, Analisis Pengaruh Harga Minyak dan Harga Emas terhadap Hubungan Timbal Balik Kurs dan Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) di bursa Efek Indonesi (BEI) 2000-2013, *Jurnal Bisnis* Strategi, 4, 72-89.
- Schöelzel C., Friederichs P., 2008, Multivariate Non-Normally Distributed Random Variables in Climate Research-Introduction to The Copula Approach, *Process Geophys.* 15: 761-772. doi:10.5194/npg-15-761.
- Sklar, A., 1959, Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges, *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris* 8, 229-231.
- Sunariyah., 2003, *Pengantar Pengetahuan Pasar Modal*, Ed ke-3. Yogyakarta (ID): UPP AMP YKPN
- Suryanto, 2017, Pengaruh Harga Minyak dan Emas terhadap IHSG di BEI. *Jurnal Riset Bisnis dan Manajemen*, 7, 1-13.
- Tyson, E., 2011, *Investing for Dummies 6th Ed*, John Wiley & Sons, Hoboken.
- Wijaya, T., 2015, Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Nilai IHSG yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia, *Jurnal Ilmu dan Riset Manajemen*, 6, 1-16.