



Small Area Estimation dengan Metode Hierarchical Bayes pada Proporsi Destinasi Objek Wisata Halal Kabupaten Lombok Barat

Husnul Arini^{a*}, Desy Komalasari^b, Nurul Fitriyani^c

^a Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: husnul_arini@yahoo.com

^b Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: desykomalasari@unram.ac.id

^c Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: nurul.fitriyani@unram.ac.id

ABSTRACT

Research using Hierarchical Bayes (HB) applied to Small Area Estimation (SAE) was conducted with the aim to estimate the proportion of halal tourism destination in West Lombok Regency. The development of halal tourism object in West Lombok that has been done by the Department of Culture and Tourism, has not been fully able to do direct estimation on a small area, such as at the sub-district level. One way of obtaining estimation data up to the sub-district level is by increasing the sample size. However, increasing the sample size will cost time and money. Therefore, SAE method can be used to solve the problem of data optimization. Furthermore, the HB method is used in the process of finding the expected alleged value. The prediction process was performed using Markov Chain Monte Carlo (MCMC) by applying the conditional Gibbs Algorithm of Metropolis-Hasting. Indirect modeling using HB method on SAE is based on the Fay-Herriot model for the area level with the help of supporting variables. The estimation results were then compared with the direct estimates with the value of the variance statistic as a benchmark. The results showed that the estimation using HB gave in a smaller average of variance value score of 0.021, compared with direct estimates with an average of variance value of 0.042. This showed that indirect estimation using HB method gave better result than using direct estimation method.

Keywords : Gibbs Algorithm Metropolis-Hasting, Halal Tourism, Hierarchical Bayes, MCMC, Small Area Estimation.

1. Pendahuluan

Wisata halal merupakan *trend* baru dalam dunia pariwisata saat ini, hal tersebut tentunya menjadi sebuah peluang besar yang memudahkan suatu wilayah untuk terus melakukan pengembangan wisata halal. Provinsi Nusa Tenggara Barat (NTB) menjadi salah satu destinasi objek wisata halal di Indonesia yang dimotori oleh Kabupaten Lombok Barat. Objek dan daya tarik wisata yang ada, menjadikan beberapa kecamatan di Kabupaten Lombok Barat mulai

mengembangkan industri wisata halal guna meningkatkan pariwisata di Kabupaten Lombok Barat (Gede, dkk., 2015). Berbagai upaya dapat dilakukan, salah satunya yaitu dengan mengestimasi (memperkirakan) proporsi destinasi objek wisata halal, khususnya pada kecamatan di Kabupaten Lombok Barat.

Estimasi (pendugaan) parameter area kecil adalah dengan penambahan sampel, namun penambahan sampel akan menambah permasalahan baru, yaitu menghabiskan biaya dan waktu. Upaya lain yang dapat dilakukan dengan mengoptimalkan data yang tersedia menggunakan metode

* Corresponding author.

Alamat e-mail: husnul_arini@yahoo.com

pendugaan area kecil (*small area estimation/ SAE*). Metode SAE merupakan teknik yang digunakan untuk menduga parameter-parameter subpopulasi dengan ukuran sampel kecil (Satriya, dkk., 2015).

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan dalam model SAE, di antaranya adalah *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP), *Empirical Bayes* (EB), dan *Hierarchical Bayes* (HB). Metode berbasis Bayes seperti EB dan HB dianggap tepat untuk digunakan pada data diskrit dibandingkan dengan EBLUP yang memang dirancang untuk menangani data kontinu. Salah satu data yang bersifat diskrit adalah destinasi objek wisata yang berbentuk proporsi atau data biner. Dengan demikian, metode estimasi area kecil (*small area estimation*) berbasis bayes seperti HB tepat untuk menduga variabel tersebut. Metode HB mempunyai keuntungan karena pemodelannya dilakukan secara bertahap, setiap tahap relatif sederhana dan mudah dipahami meskipun proses pemodelannya secara keseluruhan sangat rumit dan masalah komputasinya relatif lebih mudah dengan menggunakan teknik *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) (Shobri, dkk., 2014).

Berdasarkan uraian di atas, maka dalam dilakukan penerapan metode HB pada pendugaan proporsi destinasi objek wisata halal level area kecil, yaitu kecamatan di Kabupaten Lombok Barat.

2. Small Area Estimation (SAE)

Menurut Kurnia dan Notodiputro (2007), SAE merupakan konsep terpenting dalam pendugaan parameter secara tidak langsung di suatu area yang relatif kecil dalam percontohan survei. SAE menjadi sangat penting dalam analisis data survei karena adanya peningkatan permintaan untuk menghasilkan dugaan parameter yang cukup akurat dengan ukuran contoh kecil.

Pendugaan tidak langsung pada area kecil pada dasarnya bersifat meminjam kekuatan atau memanfaatkan variabel-variabel pendukung dalam menduga parameter. Variabel pendukung tersebut berupa informasi tambahan yang didapatkan pada area lain dari survei yang sama, survei yang terdahulu pada area yang sama, atau variabel yang memiliki hubungan dengan variabel yang sedang diamati. Pendugaan tidak langsung berbasis pada model, sehingga memerlukan adanya pemodelan yang tepat agar diperoleh estimasi yang lebih akurat dan reliabel (Sadik, 2009).

3. Model Berbasis Level Area

Model berbasis level area merupakan model yang didasarkan pada ketersediaan data pendukung yang hanya ada untuk area tertentu, misalkan $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{pi})^T$ dan parameter yang akan diduga adalah θ_i diasumsikan mempunyai hubungan dengan x_i . Model *linear* yang menjelaskan hubungan tersebut adalah (Rao, 2003):

$$\theta_i = x_i^T \beta + z_i v_i \quad (1)$$

Dalam membuat kesimpulan untuk θ_i , diasumsikan bahwa nilai penduga langsung $\hat{\theta}_i$ telah diketahui, yaitu:

$$\hat{\theta}_i = \theta_i + e_i \quad (2)$$

dengan $e_i \sim \text{iid } N(0, \sigma_e^2)$.

Jika model (1) dan model (2) digabungkan, maka akan membentuk persamaan sebagai berikut.

$$\hat{\theta}_i = x_i^T \beta + z_i v_i + e_i \quad (3)$$

4. Hierarchical Bayes (HB)

Metode HB dengan model logit normal dapat dinyatakan sebagai berikut (Rao, 2003).

1. $y_i | p_i \sim \text{ind Binomial}(n_i, p_i)$
2. $\theta_i = \text{logit}(p_i) = x_i^T \beta + v_i, v_i \sim \text{iid } N(0, \sigma_v^2)$
3. *Prior*: β dan σ_v^2 adalah saling bebas, $f(\beta) \propto 1$
dan $\sigma_v^{-2} \sim G(a, b); a \geq 0, b > 0$

Ketika menggunakan metode HB, maka dibutuhkan perhitungan distribusi *posterior*. Perhitungan ini biasanya melalui integral multidimensi yang tidak memungkinkan untuk dapat dibentuk persamaan tertutup. Solusi alternatif yang dapat digunakan adalah dengan menghitung distribusi *posterior* melalui integrasi numerik. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC) (Hamdani, 2015). Prosedur MCMC yang terkenal adalah *Gibbs* bersyarat. Menurut Rao (2003), bentuk *Gibbs* bersyarat untuk model logit normal dengan variabel bebas berbasis level area adalah:

1. $[\beta | p, \sigma_v^2, y] \sim N_p \left[\beta^*, \sigma_v^2 \left(\sum_{i=1}^m x_i x_i^T \right)^{-1} \right]$
2. $[\sigma_v^{-2} | \beta, p, y] \sim G \left(\frac{m}{2} + a, \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (\theta_i - x_i^T \beta)^2 + b \right)$
3. $f[p_i | \beta, \sigma_v^2, y] \propto h(p_i | \beta, \sigma_v^2) k(p_i)$ (4)

dengan,

$$\beta^* = \left(\sum_{i=1}^m x_i^T x_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^m x_i^T \theta_i \right)$$

$$h(p_i | \beta, \sigma_v^2) = \frac{\partial \theta_i}{\partial p_i} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_v^2} [\theta_i - x_i^T \beta]^2\right\}$$

$$k(p_i) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{n - y_i}$$

Sesuai dengan persamaan (4), β dan σ_v^2 mengikuti distribusi yang standar, sehingga nilai kedua parameter tersebut dapat ditaksir melalui pembangkitan sampel acak. Sementara itu, nilai proporsi HB akan diduga melalui simulasi *Gibbs* bersyarat *Metropolis-Hasting* (M-H). Proses pembangkitan nilai dugaan proporsi dengan simulasi M-H dilakukan berangkaian dengan proses pembangkitan dugaan β dan σ_v^2 menggunakan *Gibbs* bersyarat. Adapun algoritma M-H sebagai berikut.

1. Dibangkitkan $\theta_i \sim \text{ind} N(x_i^T \beta, \sigma_v^2)$ lalu dicari nilai $p_i^* = g^{-1}(\theta_i)$.
2. Dihitung peluang penerimaan:

$$r(p_i^{(k)}, p_i^*) = \min\left\{\frac{k(p_i^*)}{k(p_i^{(k)})}, 1\right\}; k = 0, 1, \dots, D \quad (5)$$
3. Dibangkitkan u dari distribusi seragam (0,1).
4. Dipilih $p_i^{(k+1)} = p_i^*$ jika $u \leq r(p_i^{(k)}, p_i^*)$.
5. Diulangi langkah 1 sampai dengan 4, hingga diperoleh D sampel.

Setelah dilakukan simulasi M-H, maka diperoleh barisan penduga proporsi sebagai berikut.

$$\{p_1^{(k)}, \dots, p_m^{(k)}; k = 1, \dots, D\}$$

Kemudian distribusi *posterior* yang sedang diamati dapat dihitung. Penduga proporsi HB adalah:

$$p_i^{HB} \approx \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} p_i^{(k)} = p_i^{(\cdot)} \quad (6)$$

Sedangkan varian dari penduga proporsi HB adalah (Hamdani, 2015):

$$\text{Var}(p_i^{HB} | \hat{p}) \approx \frac{1}{D} \sum_{k=d+1}^{d+D} (p_i^{(k)} - p_i^{(\cdot)})^2 \quad (7)$$

Selanjutnya, dibandingkan p_i^{HB} dengan pendugaan langsung p_i^{DE} yaitu:

$$\hat{p}_i^{DE} = \sum_j \frac{y_{ij}}{n_i} = \frac{y_i}{n_i} \quad \text{dan} \quad \text{Var}(\hat{p}_i^{DE}) = \frac{\hat{p}_i(1 - \hat{p}_i)}{n_i - 1}$$

5. Metodologi

Data yang digunakan adalah data primer yang diperoleh dari responden secara langsung. Sampel yang digunakan adalah wisatawan nusantara yang berkunjung ke tempat-tempat wisata di Kabupaten Lombok Barat. Data dikumpulkan

dengan menggunakan kuesioner. Adapun variabel pendukung yang digunakan, di antaranya adalah Kebersihan (X_1), Keamanan (X_2), Keramahan (X_3), Promosi (X_4), Kuliner (X_5), Sarana dan Prasarana (X_6), Budaya dan Adat Istiadat (X_7), Harga (X_8), dan Strategis (X_9).

Langkah-langkah *Small Area Estimation* dengan metode *Hierarchical Bayes* (HB) pada proporsi destinasi objek wisata halal tingkat Kecamatan di Kabupaten Lombok Barat adalah sebagai berikut.

- a. Menghitung nilai proporsi dan varian untuk proporsi destinasi objek wisata halal di kecamatan ke- i di Kabupaten Lombok Barat menggunakan metode pendugaan langsung dengan rumus sebagai berikut.

$$\hat{p}_i = \sum_j \frac{y_{ij}}{n_i} = \frac{y_i}{n_i} \quad \text{dan} \quad \text{Var}(\hat{p}_i) = \frac{\hat{p}_i(1 - \hat{p}_i)}{n_i - 1}$$

dengan,

\hat{p}_i = penduga langsung proporsi destinasi objek wisata halal di kecamatan ke- i

y_i = jumlah destinasi objek wisata halal di kecamatan ke- i

n_i = jumlah destinasi objek wisata di kecamatan ke- i .

- b. Melakukan eksplorasi data untuk mengetahui adanya hubungan antara variabel respon logit proporsi destinasi objek wisata halal (logit p_i) dengan kesembilan variabel pendukung. Variabel pendukung yang berkorelasi kuat dengan variabel respon logit p_i selanjutnya akan digunakan sebagai variabel pendukung dalam pendugaan tidak langsung menggunakan metode HB.
- c. Melakukan pendugaan tidak langsung dengan metode HB model logit normal berbasis level area dengan tahapan sebagai berikut.

1. Menentukan nilai awal. Nilai untuk p_i^0 , θ_i^0 , y_i dan n_i dihitung dari data contoh. Sedangkan nilai awal untuk σ_v^2 , a , dan b pada $G(a, b)$ yang tidak dapat dieksplorasi dari data, ditetapkan pada nilai yang sekecil mungkin sebagai bentuk diketahuinya informasi awal, yaitu $\sigma_v^2 = 0.1$, $a = 0.01$, dan $b = 0.01$.
2. Menduga β dengan membangkitkan persamaan (4) bagian (1).
3. Menduga σ_v^2 dengan membangkitkan persamaan (4) bagian (2).
4. Melakukan pendugaan distribusi *posterior* parameter dengan melakukan estimasi melalui algoritma *Metropolis-Hasting* (M-H) menggunakan persamaan (5).
5. Menduga proporsi destinasi objek wisata halal dari distribusi *posterior* metode HB menggunakan persamaan (6).

6. Menduga varian dari penduga proporsi destinasi objek wisata halal dari distribusi *posterior* metode HB menggunakan persamaan (7).
- d. Membandingkan nilai statistik varian dari hasil pendugaan langsung dan pendugaan tidak langsung dengan metode HB.

6. Hasil dan Pembahasan

Sebelum melakukan pendugaan, terlebih dahulu dilakukan pengujian validitas dan reliabilitas data. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa data kuesioner telah valid dan reliabel, sehingga dapat dilakukan analisis lebih lanjut.

6.1 Pendugaan Langsung

Sebelum melakukan pendugaan dengan model HB, terlebih dahulu dilakukan pendugaan langsung terhadap proporsi destinasi objek wisata halal pada tiap kecamatan di Kabupaten Lombok Barat. Hasil pendugaan langsung proporsi beserta variannya disajikan dalam Tabel 6.1 berikut.

Tabel 6.1 Hasil Pendugaan Langsung

No.	Kecamatan	Proporsi	Varian
1	Batu Layar	0.500	0.050
2	Narmada	0.750	0.063
3	Sekotong	0.231	0.015

Sumber: Pengolahan dengan Ms. Excel

6.2 Pemilihan Variabel Pendukung

Pemilihan variabel pendukung merupakan salah satu bagian penting dari SAE. SAE akan menghasilkan dugaan yang baik jika variabel pendukung yang digunakan mampu menjelaskan variabel respon yang akan diduga. Kesembilan variabel pendukung dipilih berdasarkan hubungan (korelasi) variabel tersebut dengan variabel respon logit proporsi destinasi objek wisata halal (logit p_i). Rincian nilai korelasi *pearson* antara variabel pendukung yang memiliki korelasi cukup kuat dengan logit p_i disajikan dalam tabel 6.2.

Tabel 6.2 Nilai Korelasi Pearson

No.	Variabel	Nilai Korelasi Pearson
1	X_1	-0.804
2	X_2	-0.567
3	X_3	-0.563
4	X_4	-0.674
5	X_5	-0.775
6	X_6	0.977
7	X_7	0.215

8	X_8	0.779
9	X_9	-0.999

Sumber: Pengolahan dengan SPSS

Berdasarkan Tabel 6.2, pengujian korelasi *pearson* menghasilkan delapan variabel pendukung yang memiliki kriteria korelasi cukup kuat dengan variabel respon logit p_i dan selanjutnya digunakan sebagai variabel pendukung dalam pendugaan area kecil menggunakan metode HB. Kedelapan variabel pendukung tersebut, diantaranya adalah Kebersihan (X_1), Keamanan (X_2), Keramahan (X_3), Promosi (X_4), Kuliner (X_5), Sarana dan Prasarana (X_6), Harga (X_8), dan Strategis (X_9). Kriteria korelasi dipilih berdasarkan nilai korelasi yang tertera pada Tabel 6.3.

Tabel 6.3 Interpretasi Koefisien Korelasi

No.	Koefisien Korelasi	Interpretasi
1	0.000 – 0.199	Sangat rendah
2	0.200 – 0.399	Rendah
3	0.400 – 0.599	Cukup
4	0.600 – 0.799	Kuat
5	0.800 – 1.000	Sangat kuat

Sumber: Sugiyono (2010)

6.3 Pendugaan Tidak Langsung dengan Metode HB

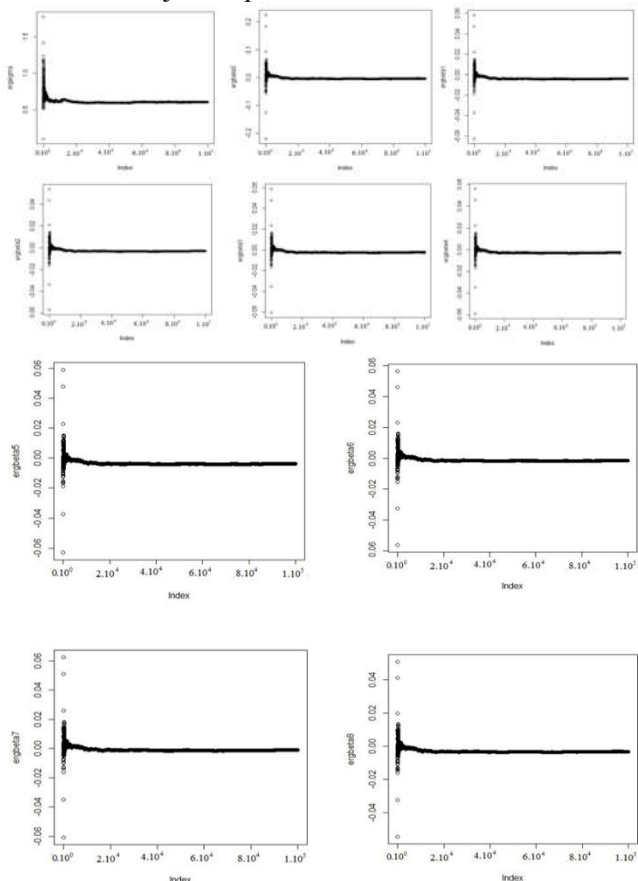
Sebagaimana telah dibahas pada bab sebelumnya, metode HB dengan menggunakan model logit normal digunakan untuk menduga nilai proporsi dengan terlebih dahulu dilakukan pendugaan terhadap β dan σ_v^2 melalui pendekatan MCMC dengan algoritma *Gibbs* bersyarat dan *Metropolis-Hasting* (M-H). Langkah pertama yang dilakukan adalah menentukan nilai awal parameter. Nilai awal parameter yang digunakan adalah p_1 yang diperoleh pada proses pendugaan langsung, $\sigma_v^2 = 0.1$, dan parameter distribusi $G(a,b)$ masing-masing sebesar $a = 0.01$ dan $b = 0.01$.

Algoritma *Gibbs* bersyarat dan M-H pada proses MCMC dilakukan dengan cara iterasi. Pada setiap iterasi, masing-masing parameter yang diduga akan menghasilkan nilai yang baru. Nilai dugaan parameter diperoleh dari rata-rata nilai parameter yang diperoleh setelah rantai Markov konvergen. Rantai Markov dikatakan konvergen apabila distribusi (sebaran) dari titik-titik nilai parameter tidak berubah sepanjang rantai Markovnya.

Algoritma *Gibbs* bersyarat dan M-H pada MCMC dilakukan sebanyak 100000 iterasi. Kekonvergenan rantai Markov diperoleh setelah proses *burn in* sebanyak 50001 sampai dengan 100000 iterasi. Berikut ditampilkan proses iterasi dari beberapa parameter *posterior* β dan σ_v^2 .

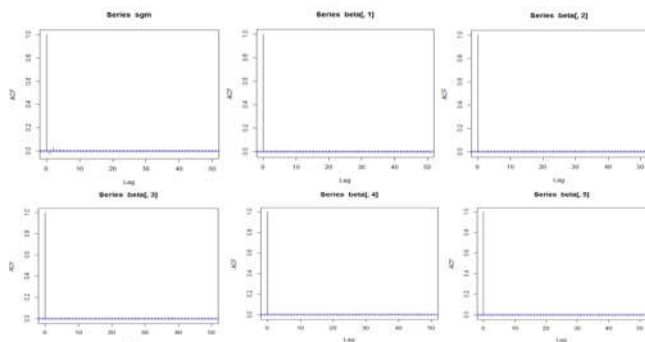
Berdasarkan Gambar 6.1, terlihat bahwa *ergodic mean plot* sudah membentuk garis lurus pada iterasi ke 50001 sampai dengan 100000 (tidak membentuk pola naik atau

turun) dengan nilai parameter relatif menuju ke nilai nol, hal tersebut menunjukkan proses sudah stabil.



Gambar 6.1 Ergodic Mean Plot

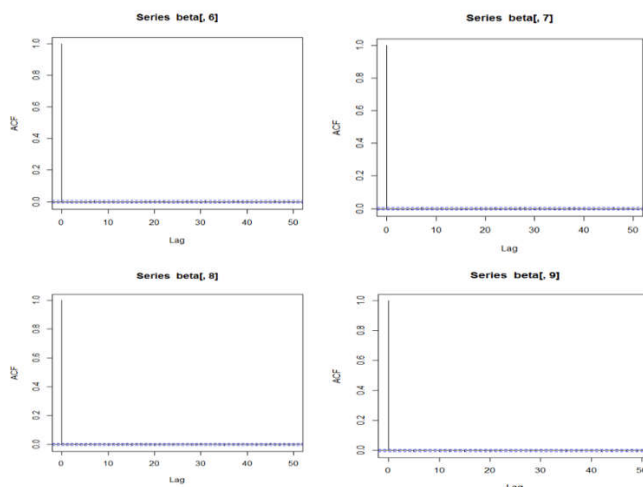
Selanjutnya, kekonvergenan rantai Markov dapat juga dilihat dari ACF plot pada Gambar 6.2.



Gambar 6.2 ACF Plot

Berdasarkan Gambar 6.2, terlihat bahwa ACF plot sudah menunjukkan pola cut off setelah lag 0, Hal tersebut menunjukkan bahwa antar sampel MCMC sudah independen. Secara umum seluruh parameter pendugaan HB menunjukkan kekonvergenan.

Selanjutnya, nilai dugaan proporsi dihitung dari iterasi 50001 sampai dengan 100000 menggunakan rumus pada persamaan (2.6) dan variannya menggunakan rumus pada persamaan (2.7). Hasil pendugaan proporsi tersebut kemudian dibandingkan dengan hasil pendugaan langsung, sebagai berikut.



Gambar 6.2 (lanjutan)

Hasil perbandingan proporsi pendugaan langsung dan HB diberikan pada Tabel 6.4

Tabel 6.4 Hasil Perbandingan Proporsi Pendugaan Langsung dan HB

No.	Kecamatan	Taksiran Proporsi	
		Pendugaan Langsung	HB
1	Batu Layar	0.500	0.500
2	Narmada	0.750	0.638
3	Sekotong	0.231	0.283

Sumber: Pengolahan dengan Ms. Excel

Berdasarkan Tabel 6.4 di atas, terlihat bahwa nilai dugaan proporsi antara metode pendugaan langsung dan metode HB memiliki kecenderungan nilai yang sama. Artinya bahwa, kedua metode tersebut mengindikasikan pendugaan menghasilkan penduga proporsi yang konsisten.

Akan tetapi, dugaan HB menghasilkan nilai varian yang lebih kecil dibandingkan dengan pendugaan langsung, yang hasilnya dirangkum dalam Tabel 6.5 berikut.

Tabel 6.5 Hasil Perbandingan Varian Proporsi Pendugaan Langsung dan HB

No.	Kecamatan	Varian Proporsi	
		Pendugaan Langsung	HB
1	Batu Layar	0.050	0.021
2	Narmada	0.063	0.031

3	Sekotong	0.015	0.013
---	----------	-------	-------

Sumber: Pengolahan dengan Ms. Excel

7. Kesimpulan

Pendugaan proporsi destinasi objek wisata halal pada tiap kecamatan di Kabupaten Lombok Barat dengan metode *Hierarchical Bayes* (HB) cenderung lebih baik dibandingkan dengan pendugaan langsung, hal tersebut dikarenakan dugaan HB menghasilkan nilai varian yang lebih kecil dari hasil pendugaan langsung.

DAFTAR PUSTAKA

- Gede, I. P., Mahsun, H., dan Gadu, P. (2015). Pengelolaan Manajemen Objek dan Daya Tarik Wisata di Kabupaten Lombok Barat, *Media Bina Ilmiah*, Vol. 9, No. 1, Hal. 28 - 32.
- Hamdani, R. (2015). Pendugaan Area Kecil Angka Melek Huruf pada Tingkat Kecamatan di Kabupaten Donggala dengan Metode Bayes Berhierarchy, *Tesis*, Jurusan Statistika Terapan IPB, Bogor.
- Kurnia, A., dan Notodiputro, K. A. (2007). Pendekatan Generalized Additive Mixed Models dalam Pendugaan Parameter pada Small Area Estimation, *Jurnal Sains MIPA*, Vol. 13, No. 3, Hal. 145- 151.
- Rao, J. N. K. (2003). *Small Area Estimation*, A John Wiley & Sons, Inc, New Jersey.
- Sadik, K. (2009). Metode Prediksi Tak Bias Linier Terbaik dan Bayes Berhierarchy untuk Pendugaan Area Kecil Berdasarkan Model State Space, *Disertasi*, Jurusan Statistika FSM IPB, Bogor.
- Satriya, A. M. A., Irawan, N., dan Sutijo, B. (2015). Small Area Estimation Pengeluaran Perkapita di Kabupaten Bangkalan dengan Metode Hierarchical Bayes, *Jurnal Statistika FMIPA ITS*, Vol. 3, No. 2, Hal. 1-10.
- Shobri, A., Padmadisastra, S., dan Winarni, S. (2014). Pendekatan Hierarchical Bayes Small Area Estimation (HB SAE) dalam Mengestimasi Angka Melek Huruf Kecamatan di Kabupaten Indramayu, *Prosiding Seminar Nasional Statistika IV*, Universitas Padjadjaran.
- Sugiyono. (2010). *Metode Penelitian Bisnis*, UGM, Yogyakarta.