Volume 2 No 2 Desember (2019)

e-ISSN: **2615-3270**

p-ISSN: **2615-3599**

Eigen Mathematics Journal

Homepage jurnal: http://eigen.unram.ac.id

Mengatasi Error Berkorelasi Menggunakan Metode Transformasi Prewhitening pada Regresi Nonparametrik Kernel

***Nurasiah Amini*[a], *Mustika Hadijati*[b], *Qurratul Aini*[a,b,*]**

[a] Program Studi Matematika Universitas Mataram, Jl Majapahit No 62, Mataram dan 83125, Indonesia.
Email: nurasiahamini6@gmail.com

[b] Program Studi Matematika Universitas Mataram, Jl Majapahit No 62, Mataram dan 83125, Indonesia.
Email: mustika.hadijati@unram.ac.id

[a,b,*] Program Studi Matematika Universitas Mataram, Jl Majapahit No 62, Mataram dan 83125, Indonesia.
Email: qurratulaini.aini@unram.ac.id

A B S T R A C T

Suppose that given n data $\{(X_{1t}, X_{2t}, Y_t)\}_{t=1}^{n}$ with nonparametric regression model :

$$Y_t = m(X_t) + \varepsilon_t \,; t = 1,2,\cdots,n$$

with $m(X_i)$ is a regression function and ε_i is a random *errors*. In nonparametric regression often found correlated errors, i.e. the *error* value does not meet the identical and independent assumptions. Correlated *errors* will adversely affect the estimation model. Correlated *errors* can be resolved by prewhitening transformation method, a method where the *error* is assumed to follow the model ARMA (p, q). Applied on data is shown that regression model was obtained with correlated *errors*. The *error* obtained from the conventional Kernel regression model follows the AR (1) model with the value $\emptyset_1$= 0.932. After the prewhitening transformation, the kernel regression model results from the prewhitening transformation with uncorrelated *errors*. The MSE value of the conventional Kernel estimation modal is 639203.308 greater than the MSE value of the estimated Kernel prewhitening transformation model that is 290303.832, so the Kernel estimator resulting from prewhitening transformation is more efficient than conventional Kernel estimator.

Keywords: ARMA (p, q), Epanechnikov Kernel Function, Transformasi, *Prewhitening*.

* Corresponding author.
Alamat e-mail: qurratulaini.aini@unram.ac.id

ABSTRAK

Diberikan n data $\{(X_{1t}, X_{2t}, Y_t)\}_{t=1}^{n}$ mengikuti model regresi nonparametrik

$$Y_t = m(X_t) + \varepsilon_t \,; t = 1,2,\cdots,n$$

dengan $m(X_i)$ merupakan fungsi regresi dan ε_i adalah *error*. Dalam regresi nonparametrik seringkali ditemukan *error* berkorelasi, yaitu nilai *error* tidak memenuhi asumsi identik dan independen. *Error* yang berkorelasi akan berakibat buruk pada model estimasi. *Error* berkorelasi dapat diatasi dengan metode transformasi *prewhitening* yaitu suatu metode dimana *error* diasumsikan mengikuti model ARMA (p, q). Penerapan pada data menunjukkan bahwa estimasi Kernel konvensional memiliki *error* berkorelasi. Error yang diperoleh dari model regresi Kernel konvensional mengikuti model AR (1) dengan nilai $\emptyset_1$= 0.932. Setelah dilakukan transformasi prewhitening diperoleh model regresi Kernel hasil transformasi *prewhitening* dengan *error* tidak berkorelasi. Nilai MSE dari model estimasi Kernel konvensional adalah 639203.308 lebih besar dari nilai MSE model estimasi Kernel hasil transformasi *prewhitening* yaitu 290303.832, sehingga estimator Kernel hasil *prewhitening* lebih efisien dari estimator Kernel konvensional.

Keywords: ARMA (p, q), Fungsi Kernel Epanechnikov, Transformasi, *Prewhitening*.

Diserahkan: 17-12-2019; Diterima: 31-12-2019; Doi: https://doi.org/10.29303/emj.v1i2.42

1. Pendahuluan

Pendekatan regresi dibedakan menjadi dua yaitu pedekatan parametrik dan pendekatan nonparametrik. Pendekatan parametrik merupakan pemodelan regresi yang terikat dengan asumsi-asumsi dalam regresi seperti multikolinearitas, residual normalitas, homoskedastisitas residual, dan nonautokorelasi. Sedangkan regresi nonparametrik dilakukan jika bentuk kurva regresinya tidak diketahui dan diasumsikan *smooth* yang termuat dalam suatu ruang fungsi tertentu (Eubank, 1999). Salah satu metode pendekatan dalam regresi nonparametrik yang digunakan adalah regresi nonparametrik Kernel.

Beberapa teori mengatakan kurva regresi nonparametrik didasarkan pada asumsi bahwa *error* mengikuti proses *white-noise*, namun pada penerapannya sering ditemukan *error* berkorelasi (tidak *white-noise*). Sebuah proses $\{\varepsilon_t\}$ dikatakan proses *white-noise* jika tedapat kumpulan variabel random yang tidak berkorelasi dari sebuah distribusi dengan rata-rata $E(\varepsilon_t) = \mu_\varepsilon$ biasanya diasumsikan nol, varian $Var(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ dan $\gamma_k = Cor(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$ untuk $k \neq 0$ (Wei, 1990). Menurut Opsomer, *et al*. (2001), *error* berkorelasi menyebabkan metode seleksi *bandwidth* menjadi rusak karena dengan peningkatan korelasi, *bandwidth* yang terpilih akan semakin kecil sehingga estimator makin lama makin kurang *smooth*. Menurut Xiao, *et al*. (2002) *error* yang berkorelasi sebelumnya dapat diasumsikan mengikuti model ARMA (p, q). Untuk mengatasi hal tersebut diperlukan suatu metode transformasi. Metode yang dapat digunakan untuk mengatasi autokorelasi pada *error* adalah metode transformasi *prewhitening*. Transformasi *prewhitening* adalah suatu metode yang bertujuan untuk mendapatkan *error* yang *white-noise*, sehingga diperoleh *error* yang tidak berkorelasi (Hadijati, 2005). Transformasi *prewhitening* juga merupakan transformasi dari serangkaian data yang berkorelasi menjadi data yang *white noise* yang tidak berkorelasi untuk menyederhanakan proses estimasi (Box, Jenkins, Reinsel, 1994).

Hadijati (2005) menggunakan transformasi *prewhitening* untuk mengatasi *error* berkorelasi pada regresi nonparametrik Kernel dengan satu variabel prediktor. Namun pada kenyataannya, regresi nonparametrik Kernel bisa lebih dari satu variabel prediktor. Pada penelitian ini dilakukan transformasi *prewhitening* untuk mengatasi errror berkorelasi pada regresi nonparametrik Kernel dengan dua variabel prediktor serta menerapkannya pada data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) sebagai variabel respon dengan dua variabel prediktor yaitu Kurs dan Inflasi.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Regresi Nonparametrik

Analisis regresi merupakan metode statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara dua variabel respon (Y) dan variabel prediktor (X). Hubungan variabel X dan Y dapat dituliskan

$$Y_t = f(X_t) + u_t \,; t = 1,2,\cdots,n, \tag{2.1}$$

dengan u_t adalah galat acak dan $f(X_t)$ merupakan fungsi regresi (Budiantara, 2006).

Fungsi regresi $f(X_t)$ dapat didekati dengan dua pendekatan, yaitu pendekatan regresi parametrik dan pendekatan nonparametrik. Pendekatan regresi parametrik dilakukan jika asumsi bentuk f diketahui berdasarkan informasi sebelumnya dan teori, ataupun pengalaman masa lalu. Sedangkan pendekatan regresi nonparametrik dilakukan jika asumsi bentuk f tidak diketahui dan kurva regresi diasumsikan mulus atau *smooth*.

Model regresi nonparametrik dapat berbentuk apa saja, baik linear maupun nonlinear dikarenakan tidak adanya asumsi yang harus dipenuhi. Ada beberapa teknik pendugaan nilai peubah respon dalam regresi nonparametrik, yakni Kernel, Spline, Polinomial Lokal, Deret Fourier dan Wavelet. Model regresi nonparametrik secara matematis dapat ditulis:

$$Y_t = m(x_t) + u_t \tag{2.2}$$

dengan u_t adalah galat yang diasumsikan terdistribusi di sekitar 0, $m(x)$ adalah sebuah fungsi yang mewakili perilaku intrinsik dari data. Regresi nonparametrik yang digunakan pada penelitian ini adalah regresi nonparametrik Kernel.

2.2 Estimator Kernel

Definisi 2.1 (Hardle, 1990)
Fungsi Kernel adalah fungsi $K: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ yang kontinu, terbatas dan simetris dengan nilai integral sama dengan satu,

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x)dx = 1 \tag{2.3}$$

Dari definisi 2.1, *jika K adalah fungsi nonnegatif maka K juga diartikan sebagai suatu fungsi densitas*.

Fungsi Kernel K memiliki sifat-sifat berikut (Eubank, 1999) :

1. $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du = 0$
3. $\int_{-\infty}^{\infty} u^2K(u)du = \alpha \neq 0$
4. $\int_{-\infty}^{\infty} K^2(u)du < \infty$

Definisi 2.2 (Hardle, 1994)
Estimator densitas Kernel multivariat untuk fungsi densitas $m(x)$ didefisikan sebagai

$$m(x) = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\prod_{j=1}^{d}\frac{1}{h_j}K\left(\frac{x_{tj}-X_j}{h_j}\right) \tag{2.4}$$

dengan
$m(x)$: fungsi regresi x terhadap y
x_j : variabel prediktor ke-j
K : fungsi Kernel
d : banyak variabel prediktor
h_j :*bandwidth* atau smoothing parameter untuk variabel prediktor ke-j
n : banyak data

Beberapa fungsi *Kernel* diantaranya adalah (Carmona, 2004) :

a. Kernel Gaussian
$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-u^2}{2}}, -\infty < u < \infty. \tag{2.5}$$
b. Kernel Segitiga
$$K(u) = \begin{cases} 1-|u|, & |u| \leq 1 \\ 0, & |u| > 1 \end{cases}. \tag{2.6}$$
c. Kernel Kuartik
$$K(u) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1-u^2)^2, & untuk\ |u| \leq 1 \\ 0, & untuk\ |u| > 1 \end{cases}. \tag{2.7}$$
d. Kernel *Parzen*
$$K(u) = \begin{cases} \left(\frac{9}{8}\right) - \left(\frac{3}{2}\right)|u| + \frac{u^2}{2}, & untuk\ \frac{1}{2} \leq |u| \leq \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{4}\right) - u^2, & untuk\ |u| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & untuk\ |u| \geq \frac{3}{2} \end{cases}. \tag{2.8}$$
e. Uniform
$$K(u) = \frac{1}{2}, untuk\ |u| \leq 1. \tag{2.9}$$
f. Cosinus
$$K(u) = \begin{cases} \frac{\pi}{4}cos\left(\frac{\pi}{2}u\right), & untuk\ |u| \leq 1 \\ 0, & untuk\ u\ yang\ lain \end{cases}. \tag{2.10}$$
g. Triweight
$$K(u) = \begin{cases} \frac{35}{32}(1-u^2)^3, & untuk\ |u| \leq 1 \\ 0, & untuk\ u\ yang\ lain \end{cases}. \tag{2.11}$$
h. Epanecnhikov
$$K(u) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1-x^2), & untuk\ |u| \leq 1 \\ 0, & untuk\ u\ yang\ lain \end{cases}. \tag{2.12}$$

2.3 Estimator Nadaraya-Watson

Untuk mengkonstruksi penduga Nadaraya-Watson diasumsikan bahwa baik variabel prediktor maupun variabel respon, keduanya adalah variabel random. Misalkan $f(x)$ adalah fungsi densitas untuk variabel random X, $f(y)$ adalah densitas untuk variabel random Y dan $f(x,y)$ adalah densitas gabungan untuk variabel random (X,Y), maka:

$$m(x) = \frac{1}{f_X(x)}\int_{-\infty}^{\infty} yf(x,y)dy \tag{2.13}$$

dengan mengadopsi estimator densitas Kernel, yaitu salah satu metode yang paling sederhana dari pendugaan $f(x,y)$ dan $f_X(x)$.

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{nh_x h_y}\sum_{i=1}^{n} K_x\left(\frac{x-X_i}{h_x}\right)K_y\left(\frac{y-Y_i}{h_y}\right) \qquad (2.14)$$

$$\hat{f}_X(x) = \frac{1}{nh_x}\sum_{i=1}^{n} K_x\left(\frac{x-X_i}{h_x}\right) \qquad (2.15)$$

dimana $K_x(.)$ dan $K_y(.)$ adalah sebuah fungsi Kernel, sedangkan h_x dan h_y adalah sebuah bilangan positif yang disebut dengan *bandwidth*. Selanjutnya karena

$$\widehat{m}(x) = \frac{1}{\hat{f}_X(x)}\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}\,(x,y)dy, \qquad (2.16)$$

maka didapatkan estimator Nadaraya-Watson sebagai berikut:

$$\widehat{m}(x) = \frac{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x-X_t}{h}\right)Y_t}{\sum_{t=1}^{n} K_i\left(\frac{x-X_t}{h}\right)}. \qquad (2.17)$$

Estimator dalam Persamaan (2.17) seringkali digunakan dalam dalam kasus X_t random (Eubank, 1999).

Estimator Kernel dibagi menjadi tiga macam (Kurniasih, 2013):

1. Nadaraya-Watson
   a. Univariat
   $$m(x) = \frac{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x-x_t}{h}\right)y_t}{\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x-x_t}{h}\right)}. \qquad (2.18)$$
   b. Multivariat
   $$m(x) = \frac{\sum_{t=1}^{n}\prod_{j=1}^{d} K\left(\frac{x_{tj}-x_t}{h_j}\right)y_t}{\sum_{t=1}^{n}\prod_{j=1}^{d} K\left(\frac{x_{tj}-x_t}{h_j}\right)}. \qquad (2.19)$$
2. Priestley-Chao
   $$m(x) = \frac{1}{h}\sum_{t=1}^{n}(x-x_{t-1})y_t K\left(\frac{x-x_t}{h}\right). \qquad (2.20)$$
3. Gasser-Muller
   $$m(x) = \frac{1}{h}\sum_{t=1}^{n} y_t \int_{s_{t-1}}^{s_t} K\left(\frac{x-x_t}{h}\right)dx. \qquad (2.21)$$

dengan
$m(x)$: fungsi regresi x terhadap y
x_j : variabel prediktor ke-j
K : fungsi Kernel
n : banyak data
d : banyak variabel prediktor
h : *bandwidth* atau parameter *smoothing*
y_t : variabel respon data ke-t

2.4 Pemilihan Bandwidth

Pemilihan *bandwidth* optimal memiliki peranan penting dalam analisis regresi. Salah satu metode yang digunakan untuk menentukan *bandwidth* optimal adalah dengan *Generalized Cross Validation* (GCV). Metode *Generalized Cross Validation* (GCV) dirumuskan sebagai berikut.

$$GCV = \frac{MSE}{(n^{-1}tr[I-H(h)])^2} \qquad (2.22)$$

$$MSE = n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t - \widehat{m}(X_t)\right)^2 \qquad (2.23)$$

dengan Persamaan (2.22) menjadi

$$GCV = \frac{n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\widehat{m}(X_t)\right)^2}{(n^{-1}tr[I-H(h)])^2} \qquad (2.24)$$

2.5 Error Berkorelasi dalam Regresi Nonparametrik

Pada regresi parametrik maupun nonparametrik, kehadiran dari *error* yang berkorelasi akan merusak estimasi parameter pada model regresi. *Error* adalah nilai selisih dari variabel respon sebenarnya dengan nilai hasil estimasi, didefinisikan sebagai berikut:

$$u_t = Y_t - \hat{Y}_t \qquad (2.25)$$

Pada regresi nonparametrik korelasi *error* dapat menyebabkan seleksi *bandwidth* menjadi rusak, karena jika korelasi *error* makin meningkat maka nilai *bandwidth* akan semakin kecil. Berdasarkan Persamaan (2.2) fungsi $m(.)$ adalah fungsi yang tidak diketahui dan merupakan fungsi penghalus (*smooth*), dan vektor *error* $\boldsymbol{u} = (u_1, \dots, u_n)$ memiliki varian-covarian matriks $Var(e) = \sigma^2\boldsymbol{C}$ (Opsomer *et al.*, 2001).

Nilai *bandwidth* sangat menentukan nilai estimator sehingga jika nilai bandwidth kecil maka estimator akan semakin kurang *smooth* dan hal tersebut tentu akan mempengaruhi model regresi. *Error* yang berkorelasi artinya *error* yang membentuk suatu pola tertentu dalam model regresi (Yang, 2001).

2.6 Transformasi Prewhitening

Filter *prewhitening* adalah sebuah invers transformasi antara variabel input dan *white noise*. Jika terdapat autokorelasi pada variabel input maka dibutuhkan *prewhitening*. *Prewhitening* juga digunakan untuk menghilangkan autokorelasi pada saaat korelasi silang (Yaffee and Mc Gee, 1999).

Pada Persamaan (2.2) *error* u_i adalah *error* yang tidak *white noise*, oleh karena itu *error* u_i diasumsikan mengikuti ARMA (p, q) yaitu

$$\emptyset_x(B)X_t = \theta_x(B)a_t$$

$$a_t = \frac{\emptyset_x(B)}{\theta_x(B)}X_t$$

$$a_t = \emptyset_x(B)\theta_x(B)^{-1}X_t, \quad (2.26)$$

dengan
$\emptyset_x$: parameter autoregresi deret X_t
θ_x : parameter *moving average* deret X_t
B : operator *lag*

Dimana a_t adalah *white noise* dengan varian ${\sigma_a}^2$ pada Persamaan (2.26) notasi $\emptyset_x(B)\varphi_x(B)^{-1}$ adalah sebuah fiter yang digunakan X_t untuk menghasilkan *white noise* yang disebut *prewhitening* (Montgomery, 2001).

Model-model yang dapat diikuti oleh *error* u_t diantaranya adalah AR (p), MA (q) dan ARMA (p, q). Jika error u_t adalah model AR (p) maka dari Persamaan (2.26) menjadi

$$a_t = \emptyset_j(B)X_t \quad (2.27)$$

dengan memisalkan $a_t = \varepsilon_t$ dan $X_t = u_t$ maka,

$$\varepsilon_t = \emptyset_j(B)u_t \quad (2.28)$$

Jika regresi pada Persamaan (2.2) dikalikan dengan $\emptyset_j(B)$ (Hadijati, 2005) maka akan didapatkan

$$\emptyset_j(B)Y_t = \emptyset_j(B)m(X_t) + \emptyset_j(B)u_t \quad (2.29)$$

dari Persamaan (2.28) menjadi

$$\emptyset_j(B)Y_i = \emptyset_j(B)m(X_i) + \varepsilon_t,$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j B^j\right)Y_t = \left(1 - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j B^j\right)m(X_t) + \varepsilon_t\,,$$

$$\Leftrightarrow Y_t - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j Y_{t-j} = m(X_t) - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j m\left(X_{t-j}\right) + \varepsilon_t\,,$$

$$\Leftrightarrow Y_t - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j m\left(X_{t-j}\right) = m(X_t) + \varepsilon_t\,,$$

$$\Leftrightarrow m(X_t) + \varepsilon_t = Y_t - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j m\left(X_{t-j}\right),$$

$$\Leftrightarrow {Y_t}^* = Y_t - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j Y_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j m\left(X_{t-j}\right) \quad (2.30)$$

sehingga Persamaan (2.30) dapat dituliskan

$${Y_t}^* = Y_t - \sum_{j=1}^{\infty}\emptyset_j\left(Y_{t-j} - m\left(X_{t-j}\right)\right), \quad (2.31)$$

dengan $m\left(X_{t-j}\right)$ adalah estimator Kernel konvensional yang telah didapatkan sebelumnya. Untuk memperoleh nilai $\emptyset_j$ dapat dilakukan sebagai berikut. Misalkan $\emptyset_j = a_j$ dan $u_t = z_t$. Bentuk autoregresi dari *error* u_t adalah

$$u_t = \emptyset_1 u_{t-1} + \emptyset_2 u_{t-2} + \cdots + \emptyset_j u_{t-j} + \cdots + \varepsilon_t \text{ atau}$$

$$z_t = a_1 z_{t-1} + a_2 z_{t-2} + \cdots + a_j z_{t-j} + \cdots + \varepsilon_t \quad (2.32)$$

dari Persamaan (2.32) dapat dibentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{pmatrix} z_\tau \\ z_{\tau+1} \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{\tau-1} & z_{\tau-2} & \cdots & z_{\tau-\tau} \\ z_{(\tau+1)-1} & z_{(\tau+1)-2} & \cdots & z_{(\tau+1)-\tau} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n-1} & z_{n-2} & \cdots & z_{n-\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_\tau \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_\tau \\ \varepsilon_{\tau+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

dengan $\begin{pmatrix} z_\tau \\ z_{\tau+1} \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix} = \boldsymbol{z}$, $\begin{pmatrix} z_{\tau-1} & z_{\tau-2} & \cdots & z_{\tau-\tau} \\ z_{(\tau+1)-1} & z_{(\tau+1)-2} & \cdots & z_{(\tau+1)-\tau} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n-1} & z_{n-2} & \cdots & z_{n-\tau} \end{pmatrix} = \boldsymbol{Z_\tau}$, $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_\tau \end{pmatrix} = \boldsymbol{a}$, dan $\begin{pmatrix} \varepsilon_\tau \\ \varepsilon_{\tau+1} \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}$

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{Z_\tau a} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.34)$$

dengan membentuk jumlah kuadrat *error* dari Persamaan (2.31) kemudian menurunkan terhadap $\boldsymbol{a}$, diperoleh

$$\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{Z_\tau}'\boldsymbol{Z_\tau})^{-1}\boldsymbol{Z_\tau}'\boldsymbol{z} \quad (2.35)$$

Hal serupa juga berlaku untuk *error* yang mengikuti model MA (q) maupun ARMA (p, q).

2.7 Uji Asumsi Error

Nilai *error* yang didapatkan harus memenuhi asumsi identik dan independen untuk memperoleh model regresi baik.

2.7.1 Uji Identik

Uji identik pada *error* merupakan uji homogenitas varian pada *error*. Uji yang digunakan adalah uji *Gletser* dengan hipotesis sebagai berikut.

1) Hipotesis

H_0 : ${s_1}^2 = {s_2}^2 = \cdots = {s_{60}}^2$ (*error* mempunyai varian yang sama)

$H_1: \ s_1{}^2 \neq s_2{}^2 \neq \cdots \neq s_{60}{}^2$ (*error* mempunyai varian berbeda)

2) Menentukan tingkat signifikansi
Dengan tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$.

3) Statistik uji

$$F = \frac{\left[\sum_{t=1}^{n}(|u_t| - |\overline{u_t}|)^2\right](p)}{\left[\sum_{t=1}^{n}(|u_t| - |\overline{u_t}|)^2\right](n-p-1)} \tag{2.33}$$

dengan
n : banyak data
p : banyak variabel prediktor
u_t : *error* ke-t
$\bar{u}_t$: rata-rata residual

4) Daerah penolakan H_0

Kriteria pengambilan keputusan, H_0 ditolak jika $F_{hitung} \geq F_{\alpha;p;(n-p-1)}$ atau $p - value < \alpha$. Hal ini berarti *error* tidak bersifat identik.

2.7.2 Uji Independen

Uji independen pada *error* bertujuan untuk mengetahui adanya korelasi antar *error* atau yang biasa disebut autokorelasi. Untuk mendeteksi adanya autokorelasi dapat menggunakan uji *Durbin Watson* dengan hipotesis sebagai berikut.

1) Hipotesis
$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)
$H_1 : \ \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

2) Menentukan tingkat signifikansi
Tingkat signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0.05$.

3) Statistik uji

$$d_{hitung} = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t{}^2} \tag{2.34}$$

4) Kriteria pengambilan keputusan, H_0 ditolak jika $0 < d_{hitung} < dL$.

3. Metode Penelitian

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) dalam indeks (1000), KURS rupiah terhadap dollar (Rupiah) dan Inflasi (%) dan merupakan data bulanan mulai bulan Januari 2013 sampai bulan Desember 2017.

3.2 Identifikasi Variabel

Variabel yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) sebagai variabel respon (y), KURS rupiah terhadap dollar sebagai variabel prediktor 1 (x_1), Inflasi sebagai variabel prediktor 2 (x_2).

Dalam analisis data beberapa tahapan dilakukan yaitu:

1. Membuat scatterplot masing-masing variabel yaitu scatterplot variabel X_{1i} terhdap variabel Y_t dan scatterplot variabel X_{2i} terhdap variabel Y_t.
2. Menentukan fungsi Kernel yang digunakan. Dalam penelitian ini digunakan fungsi Kernel *epacechnikov*.
3. Menentukan *bandwidth* optimum menggunakan GCV.
4. Estimasi parameter menggunakan estimator *Nadaraya-Watson*.
5. Menentukan model regresi.
6. Menetukan error dari model regresi
7. Uji terhadap error menggunakan uji gletser untuk menentukan error identik atau tidak dan menggunakan uji Durbin-Watson untuk menentukan error independen atau tidak.
8. Jika *error* yang diperoleh berkorelasi maka dilakukan suatu metode transformasi, yaitu transformasi *prewhitening* terhadap *error* untuk memperoleh *error* yang tidak berkorelasi.
9. Dari proses transformasi *prewhitening* diperoleh Y_t tersaring.
10. Dari nilai Y_t tersaring tersebut, dilakukan kembali langkah ke 2-7.
11. Menentukan nilai MSE dari kedua model yang telah diperoleh.
12. Kesimpulan, dalam tahap ini akan diperlihatkan model regresi nonparametrik Kernel dengan membandingkan model terbaik antara model regresi konvensional dan model regresi hasil transformasi *prewhitening*.

4. Hasil dan Pembahasan

Sejumlah n pasangan data $\{(X_{1t}X_{2t}, Y_t)\}_{t=1}^{n}$ mengikuti model regresi nonparametrik

$$Y_i = m(X_t) + u_t\ , \ t = 1,2, \dots , n \tag{4.1}$$

dengan *error* u_t yang berkorelasi, memenuhi $E(u_t|X_1, X_2) = 0$.

Asumsi kurva fungsi $m(.)$ tidak diketahui tetapi *smooth*, sehingga dapat dilakukan dengan pendekatan estimasi Kernel. Dalam mengestimasi fungsi $m(.)$ korelasi *error* tidak diabaikan, dengan proses *prewhitening* pada model regresi Kernel konvensional sehingga regresi yang sudah melalui proses transformasi *prewhitening* memiliki bentuk *error* yang tidak berkorelasi. Untuk memperoleh *error* yang tidak berkorelasi, *error* u_t diasumsikan mengikuti model ARMA (p,q).

4.1. Estimasi Model Regresi Kernel Bivariat dengan Estimator Nadaraya Watson Konvensional

Untuk kasus X_t acak dapat diestimasi dengan salah satu estimator Kernel yang dikenal dengan estimator Nadaraya Watson. Selanjutnya penentuan $\widehat{m}(X)$ untuk mengestimasi kurva regresi yang merupakan ekspektasi bersyarat, $m(X) = E(Y_t|X_{1t}, X_{2t})$.

Densitas bersyarat untuk Y_t, jika diberikan X_{1t}, X_{2t} adalah

$$f_{Y_t|X_{1t},X_{2t}}(y|x_1,x_2) = \frac{f(x_1,x_2,y)}{f(x_1,x_2)} \tag{4.2}$$

dengan memisalkan (X_{1t}, X_{2t}, Y_t) memiliki densitas bersama yaitu $f(x_1,x_2,y)$ dan densitas marginal untuk X_{1t}, X_{2t} adalah

$$f_{X_{1t},X_{2t}}(x_1,x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2,y)dy \tag{4.3}$$

sehingga

$$m(x) = E(Y_t|X_{1t}, X_{2t}),$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y f_{Y_t|X_{1t},X_{2t}}(y|x_1,x_2)\,dy,$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y \frac{f(x_1,x_2,y)}{f(x_1,x_2)} dy\,,$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y f(x_1,x_2,y)dy}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2,y)dy} \tag{4.4}$$

Untuk mengestimasi densitas $f(x_1,x_2,y)$ yang tidak diketahui, dapat digunakan perkalian estimator densitas Kernel dengan fungsi Kernel K dan *bandwidth* h sebagai berikut.

$$\hat{f}_h(x_1,x_2,y) = \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) K\left(\frac{y-Y_t}{h_3}\right) \tag{4.5}$$

dan berdasarkan definisi 2.2 estimator Kernel dengan fungsi Kernel K dan *bandwidth* h didefinisikan

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x-X_t}{h}\right) \tag{4.6}$$

Oleh karena itu, penyebut pada Persamaan (4.4) menjadi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) K\left(\frac{y-Y_t}{h_3}\right) dy,$$

$$= \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{y-Y_t}{h_3}\right) dy\,,$$

misal $u = \frac{y-Y_t}{h_3} \rightarrow du = \frac{1}{h_3}dy$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy = \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) h_3 \int_{-\infty}^{\infty} K(u)du,$$

Karena $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy = \frac{1}{nh_1h_2}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right)$$

selanjutnya, pembilang dari persamaan (4.4) dihasilkan sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) K\left(\frac{y-Y_t}{h_3}\right) dy,$$

$$= \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{y-Y_t}{h_3}\right) dy \tag{4.7}$$

misal $u = \frac{y-Y_t}{h_3}$ maka $y = Y_t + hu \rightarrow du = \frac{1}{h_3}dy$ sehingga

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy$$

$$= \frac{1}{nh_1h_2h_3}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) h_3 \int_{-\infty}^{\infty} (Y_t + hu)K(u)du,$$

$$= \frac{1}{nh_1h_2}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) \left[Y_t \int_{-\infty}^{\infty} K(u)du + h\int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du\right],$$

karena $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$ dan $\int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du = 0$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_1h_2h_3}(x_1,x_2,y)dy = \frac{1}{nh_1h_2}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right) Y_t \tag{4.8}$$

Berdasarkan uraian di atas, dari Persamaan (4.4) diperoleh estimator Kernel bivariat konvensional

$$\widehat{m}(x) = \frac{\frac{1}{nh_1h_2}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right)Y_t}{\frac{1}{nh_1h_2}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right)},$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right)Y_t}{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_1}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_2}\right)} \qquad (4.9)$$

4.2 Estimasi Model Kernel Bivariat dengan Estimator Nadaraya Watson Hasil Transformasi Prewhitening

Untuk menetapkan estimator tersaring $\widehat{m}^*(x)$, yaitu dari estimator $\widehat{m}(x)$ yang ditentukan dari Kernel *smoothing* $\hat{Y}_t^*$ berdasarkan pada Persamaan (2.28), pada dasarnya kurva regresi m merupakan mean bersyarat, $m^*(X) = E(Y_t^*|X_{1t}, X_{2t})$.

Densitas bersyarat untuk Y_t^*, jika diberikan X_{1t}, X_{2t} adalah

$$f_{Y_t^*|X_{1t},X_{2t}}(y^*|x_1, x_2) = \frac{f(x_1,x_2,y^*)}{f(x_1,x_2)} \qquad (4.10)$$

dengan memisalkan (X_{1t}, X_{2t}, Y_t^*) memiliki densitas bersama yaitu $f(x_1, x_2, y^*)$ dan densitas marginal untuk X_{1t}, X_{2t} adalah

$$f_{X_{1t},X_{2t}}(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, x_2, y^*)dy \qquad (4.11)$$

sehingga

$$m(x) = E(Y_t^*|X_{1t}, X_{2t}),$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y^* f_{Y_t^*|X_{1t},X_{2t}}(y^*|x_1, x_2)\, dy,$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} y^* \frac{f(x_1,x_2,y^*)}{f(x_1,x_2)} dy\,,$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y^* f(x_1,x_2,y^*)dy}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,x_2,y^*)dy} \qquad (4.12)$$

Untuk mengestimasi densitas $f(x_1, x_2, y^*)$ yang tidak diketahui, dapat digunakan perkalian estimator densitas Kernel dengan fungsi Kernel K dan *bandwidth* h sebagai berikut.

$$\hat{f}_h(x_1, x_2, y^*) = \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) K\left(\frac{y^*-Y_t^*}{h_6}\right) \qquad (4.13)$$

Oleh karena itu, penyebut pada Persamaan (4.12) menjadi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) K\left(\frac{y^*-Y_t^*}{h_6}\right) dy,$$

$$= \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{y^*-Y_t^*}{h_6}\right) dy\,,$$

misal $u = \frac{y^*-Y_t^*}{h_6} \rightarrow du = \frac{1}{h_6}dy$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) h_6 \int_{-\infty}^{\infty} K(u)du,$$

Karena $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \frac{1}{nh_4h_5}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right),$$

selanjutnya, pembilang dari Persamaan (4.12) dihasilkan sebagai berikut:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \int_{-\infty}^{\infty} y\frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) K\left(\frac{y^*-Y_t^*}{h_3}\right.$$

$$= \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) \int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{y^*-Y_t^*}{h_6}\right) dy \qquad (4.14)$$

misal $u = \frac{y^*-Y_t}{h_3}$ maka $y^* = Y_t^* + hu \rightarrow du = \frac{1}{h_6}dy$ sehingga

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \frac{1}{nh_4h_5h_6}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) h_6 \int_{-\infty}^{\infty} (Y_t^* + hu)K(u)du,$$

$$= \frac{1}{nh_4h_5}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) \left[Y_t^* \int_{-\infty}^{\infty} K(u)du + h_6 \int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du\right],$$

karena $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$ dan $\int_{-\infty}^{\infty} uK(u)du = 0$, maka:

$$\int_{-\infty}^{\infty} y\hat{f}_{h_4h_5h_6}(x_1, x_2, y^*)dy = \frac{1}{nh_4h_5}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right) K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right) Y_t^* \qquad (4.15)$$

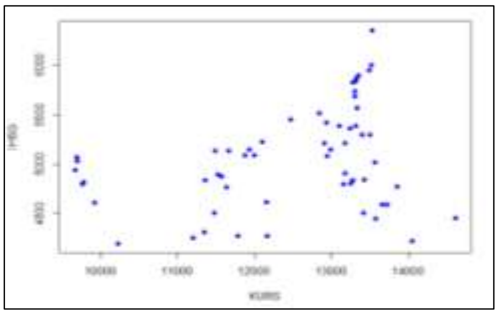
Berdasarkan uraian di atas, dari Persamaan (4.4) diperoleh estimator Kernel bivariat hasil transformasi *prewhitening*

$$\widehat{m}^*(x) = \frac{\frac{1}{nh_4h_5}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right)Y_t^*}{\frac{1}{nh_4h_5}\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right)},$$

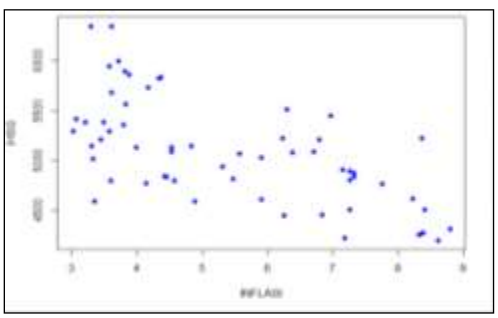
$$= \frac{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right)Y_t^*}{\sum_{t=1}^{n} K\left(\frac{x_1-X_{1t}}{h_4}\right)K\left(\frac{x_2-X_{2t}}{h_5}\right)} \quad (4.16)$$

4.3 Penerapan Prosedur Estimasi pada Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data IHSG sebagai variabel prediktor (y), kurs dan inflasi, data berjumlah 60 pada tahun 2013 sampai 2017. Diperoleh plot yang ditunjukkan pada Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 sebagai berikut:



Gambar 4.1 Plot Kurs dengan IHSG



Gambar 4.2 Plot Inflasi dengan IHSG

Estimasi regresi nonparametrik yang digunakan pada penelitian ini adalah estimasi nonparametrik Kernel, salah satu estimator Kernel yang sering digunakan adalah estimator Nadaraya Watson. Estimator Nadaraya Watson bivariat seperti Persamaan (4.17) dengan menggunakan fungsi Kernel *epanechnikov* memiliki persamaan sebagai berikut:

$$m(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_1}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_2}\right)^2\right)\right)Y_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_1}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_2}\right)^2\right)\right)} \quad (4.17)$$

4.3.1 Estimasi Kernel Bivariat Konvensional

Dari data ditentukan estimator Kernel konvensional dimana dilakukan pemilihan *bandwidth* optimum terlebih dahulu menggunakan kriteria GCV dengan bantuan Algoritma Genetika. Dalam Algoritma Genetika digunakan populasi awal 15, mutasi genetika 0.5 dan jumlah iterasi 30 dengan batas bawah pemilian *bandwidth* adalah 0.056923832 dan batas atas pemilihan *bandwidth* adalah 3.415429892, diperoleh nilai *bandwidth* optimal untuk $h_1 = 0.869$ dan $h_2 = 0.319$ dengan nilai $\text{GCV} = 301925$.

Tabel 4.1 Nilai *Bandwidth* dan GCV dari Estimator Kernel Bivariat Konvensional

h_1	h_2	GCV
0.869	**0.319**	**301925**
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925
0.869	0.319	301925

Estimator kurva regresi yang diperoleh menggunakan nilai *bandwidth* optimum dan mensubstitusikan nilai x_1, x_2 serta y_1 pada Persamaan (4.17) seperti berikut:

$$m(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_1}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_2}\right)^2\right)\right)Y_i}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_1}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_2}\right)^2\right)\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.319}\right)^2\right)\right)Y_1+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.319}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.319}\right)^2\right)\right)Y_{60}}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.319}\right)^2\right)\right)}$$

$$m(x_1) = \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.319}\right)^2\right)\right)4795.789+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.319}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.319}\right)^2\right)\right)6355.654}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.319}\right)^2\right)\right)}$$

$$= 4806.107$$

Diperoleh nilai estimator Kernel konvensional Y_1 yaitu $(x_1) = 4806.107$. Dengan cara yang sama dapat dihitung nilai $Y_2, \cdots, Y_{60}$ yaitu $m(x_2), \cdots, m(x_{60})$. Berikut daftar nilai estimasi Kernel konvensional dengan *bandwidth* optimum disajikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Estimasi Kernel Bivariat Konvensional

Data Aktual	Data Estimasi	Error
4795.789	4806.107	-10.318
4940.985	5099.438	-158.452
5034.071	4967.703	66.368
5068.628	5201.404	-132.776
4818.895	5169.299	-350.405
4610.377	5039.121	-428.744
4195.089	5393.997	-1198.908
4316.176	5360.547	-536.054
4510.631	5364.152	-853.521
4256.436	5383.846	-1127.410
4274.177	5330.377	-1056.200
4274.177	5251.972	-977.795
4620.216	5263.453	-643.238
4768.277	5373.060	-604.783
4840.146	5407.211	-567.065
4893.908	5398.766	-504.858
4878.582	5393.255	-514.673
5088.802	5338.441	-249.639
5136.863	4753.392	383.471
5137.579	4606.228	531.351
5089.547	4568.374	521.173
5149.888	5024.345	125.543
5226.947	5261.713	-34.766
5226.947	5269.871	-42.924
5450.294	5178.444	271.850
5518.675	4798.499	720.176
5086.425	4768.157	318.268
5216.379	4905.334	311.045
4910.658	6163.836	-1253.178
4802.529	4883.907	-81.378
4509.607	4883.479	-373.873
4223.908	4988.934	-765.025
4455.180	5032.754	-577.573
4446.458	4634.293	-187.835
4593.008	4506.524	86.484
4593.008	4607.019	-14.012
4770.956	4564.353	206.603
4845.371	4524.049	321.321
4838.583	4513.141	325.442
4796.869	4569.840	227.029
5016.647	4602.578	414.069
5215.994	4580.198	635.799
5386.082	4590.934	795.148
5364.804	4560.911	803.893
5422.542	4592.433	830.109
5148.910	4580.689	568.221
5296.711	4585.775	710.936
5296.711	4612.165	684.546
5386.692	4583.446	803.246
5568.106	4562.775	1005.331
5685.298	4575.649	1109.648
5738.155	4536.744	1201.411
5829.708	4522.803	1306.905
5840.939	4521.675	1319.264
5864.059	4558.681	1305.378
5900.854	4564.189	1336.664
6005.784	4578.078	1427.706
5952.138	4585.445	1366.693
6355.654	4602.876	1752.778
6355.654	4585.041	1770.613

Selanjutnya pengujian error dari estimasi Kernel bivariat konvensional sebagai berikut:

a. Uji Identik

Pengujian asumsi keidentikan dilakukan dengan menggunakan uji *Gletser* (Persamaan pada bab 2).

1) Hipotesis

$H_0 \ : \ {s_1}^2 = {s_2}^2 = \cdots = {s_{60}}^2$ (*error* mempunyai varian yang sama)

$H_1 : {s_1}^2 \neq {s_2}^2 \neq \cdots \neq {s_{60}}^2$ (*error* mempunyai varian berbeda)

2) Tingkat signifikansi $a = 0.05$ dan nilai $F_{tabel} = 3.16$

3) Statistik uji $F = 0.035$ dan nilai $p - value = 0.06$ (Lihat Lampiran 4 bagian a)

4) Keputusan

Karena nilai $F < F_{tabel}$ yaitu $0.035 < 3.16$ dan nilai $a = 0.05 < p - value = 0.065$ maka H_0 gagal tolak artinya *error* mempunyai varian yang sama, *error* bersifat identik.

b. Uji Independen

Uji Durbin Watson dilakukan untuk mengetahui apakah *error* independen atau tidak.

1) Hipotesis

$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)

$H_1 : \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)

2) Tingkat signifikansi $a = 0.05$

3) Nilai statistik uji $d_{hitung} = 0.214$ (Lihat Lampiran 4 bagian a)

4) Nilai $dL = 1.51442$ dan nilai $dU = 1.65184$ (diperoleh dari tabel Durbin Watson pada Lampiran 5).

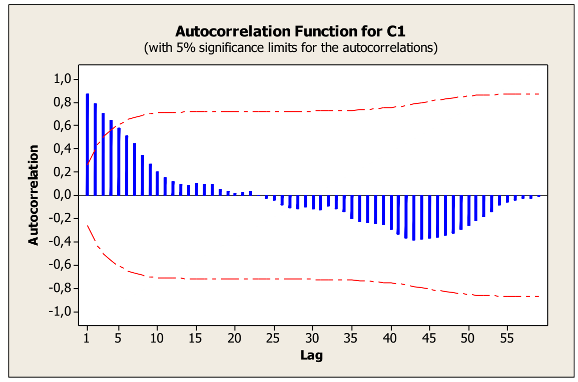
5) Keputusan

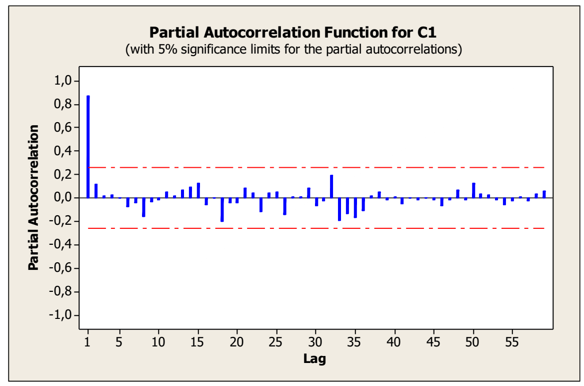
Karena nilai $d_{hitung} = 0.214 < dL = 1.51442$ maka H_0 ditolak artinya terdapat autokorelasi pada *error*, *error* tidak independen.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa *error* yang diperoleh dari estimator Kernel konvensional tidak *white-noise*.

4.3.2 Mengatasi Error Berkorelasi dengan Metode Transformasi *Prewhitening*

Pada Persamaan 4.1 *error* u_t diasumsikan stasioner dan mengikuti proses ARMA (p,q). Berikut plot ACF dan PACF *error* dari estimasi konvensional.





Gambar 4.3 Plot ACF dan PACF *Error* dari Estimator Konvensional

Dari Gambar 4.4 diperoleh model terbaik dari *error* adalah model AR(1) dengan model

$$u_t = \emptyset_1 u_{t-1} + \varepsilon_t \tag{4.18}$$

dengan $\emptyset_1$ adalah parameter autoregresi orde-1. Dari Persamaan (2.32) diperoleh nilai a_1 untuk $\tau = 1$ sebagai berikut:

$$(a_1) = \left(\begin{bmatrix} z_{\tau-1} & z_{(\tau+1)-1} & \cdots & z_{n-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_{\tau-1} \\ z_{(\tau+1)-1} \\ \vdots \\ z_{n-1}\end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$* \left(\begin{bmatrix} z_{\tau-1} & z_{(\tau+1)-1} & \cdots & z_{n-1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n\end{bmatrix}\right)$$

$$(a_1) = \left(\begin{bmatrix} z_0 & z_1 & \cdots & z_{59}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_{59}\end{bmatrix}\right)^{-1}\left(\begin{bmatrix} z_0 & z_1 & \cdots & z_{59}\end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{60}\end{bmatrix}\right)$$

$$= \left(\begin{bmatrix} 0 & 10.318355 & \cdots & 1752.778088\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 10.318355 \\ \vdots \\ 1752.778088\end{bmatrix}\right)^{-1}$$

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 10.318355 & \cdots & 1752.778088\end{bmatrix}\begin{bmatrix} 10.318355 \\ 158.452362 \\ \vdots \\ 1770.612906\end{bmatrix}\right)$$

$$= (0^2 + 10.318355^2 + \cdots + 1752.778088^2)^{-1}\big((0 * 10.318355) + (10.318355 * 158.452362) + \cdots + (1752.778088 * 1770.612906)\big)$$

$$= \frac{35217128.94}{37769962.43}$$

$$= 0.932$$

Sehingga nilai dari $\emptyset_1 = 0.93$.

Model regresi yang mempunyai *error* yang tidak berkorelasi memiliki persamaan sebagai berikut

$$Y_t^* = m(X_t) + \varepsilon_t \qquad (4.19)$$

Persamaan (4.19) disebut dengan model regresi tersaring, dimana Y_t^* adalah rangkaian data Y_t yang tersaring. Persamaan Y_t^* sebagai berikut

$$Y_t^* = Y_t - \sum_{i=1}^{n} \emptyset_i\big(Y_{t-i} - \widehat{m}(X_{t-i})\big) \qquad (4.20)$$

Karena *error* model AR(1), maka

$$Y_t^* = Y_t - \emptyset_1\big(Y_{t-1} - \widehat{m}(X_{t-1})\big)$$

$$= Y_t - 0.932\big(Y_{t-1} - \widehat{m}(X_{t-1})\big) \qquad (4.21)$$

Dimana $\widehat{m}(X_{t-i})$ adalah estimator Kernel konvensional yang telah didapatkan sebelumnya. Nilai Y_t^* dapat dilihat pada Tabel 4.4.

4.3.3 Estimasi Kernel Bivariat Hasil Transformasi Prewhitening

Dari nilai Y_i^* ditentukan estimator Kernel hasil transformasi *prewhitening* dimana dilakukan pemilihan *bandwidth* optimum terlebih dahulu menggunakan kriteria GCV seperti pada Tabel 4.3, diperoleh nilai *bandwidth* optimum untuk $h_4 = 0.33$ dan $h_5 = 0.221$ dengan nilai $GCV = 531569200$.

Tabel 4.3 Nilai *Bandwidth* dan GCV dari Estimator Hasil *Prewhitening*

h_4	h_5	GCV
0.332	**0.221**	**531569200**
0.038	0.798	531569200
0.218	0.662	531569200
0.199	0.874	531569200
0.218	0.662	531569200
0.218	0.199	531569200
0.199	0.662	531569200
0.662	0.218	531569200
0.037	0.798	531569200
0.218	0.662	531569200
0.662	0.218	531569200
0.869	0.319	531569200
0.869	0.319	531569200
0.869	0.319	531569200
0.869	0.319	531569200

Estimator kurva regresi yang diperoleh menggunakan nilai *bandwidth* optimum dan mensubstitusikan nilai X_1, X_2 serta Y_1^* pada Persamaan (4.16) seperti berikut:

$$m(x)^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_4}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_5}\right)^2\right)\right)Y_i^*}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,i}-x_j}{h_4}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,i}-x_j}{h_5}\right)^2\right)\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.221}\right)^2\right)\right)Y_1^*+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.221}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.221}\right)^2\right)\right)Y_{60}^*}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.221}\right)^2\right)\right)}$$

$$m(x_1)^* = \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.869}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.221}\right)^2\right)\right)4795.789+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.221}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.221}\right)^2\right)\right)4722.065}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{9766-9766}{0.332}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{4.57-4.57}{0.221}\right)^2\right)\right)}$$

Diperoleh nilai estimator Kernel bivariat konvensional Y_1^* yaitu $m(x_1)^* = 5064.639$. Dengan cara yang sama dapat dihitung nilai $Y_2^*, \cdots, Y_{60}^*$ yaitu $m(x_2)^*, \cdots, m(x_{60})^*$. Berikut daftar nilai estimasi Kernel bivariat hasil transformasi *prewhitening* dengan *bandwidth* optimum disajikan pada Tabel 4.4.

Berikut daftar nilai estimasi Kenel hasil *prewhitening*.

Tabel 4.4 Estimasi Kernel Bivariat Hasil Transformasi *Prewhitening*

$\hat{Y}_i{}^*$	**Estimator Prewhitening** $(m(x)^*)$	**Error**
4795.789	5064.639	-268.849
4950.603	4909.268	41.335
5181.748	4793.798	387.950
5006.773	4851.495	155.278
4942.643	4868.754	73.889
4936.954	4787.898	149.056
4594.678	4722.619	-127.941
5433.558	4734.279	699.279
5483.985	4734.279	749.706
5051.918	4726.091	325.827
5324.923	4749.382	575.541
5258.556	4785.345	473.211
5531.520	4780.287	751.234
5418.059	4732.219	635.555
5367.774	4718.691	685.111
5403.804	4721.868	700.545
5422.413	4724.044	625.065
5349.109	4736.348	832.129
5568.477	4911.896	457.631
5369.527	4936.101	-155.917
4780.184	4891.504	-297.176
4594.328	4858.500	-194.345
4664.155	4745.448	364.492
5109.940	4777.084	359.427
5259.349	4798.079	692.220
5490.299	4905.883	359.427
5265.310	4923.360	-508.139
4415.221	4890.986	28.766
4919.753	4920.671	-299.907
4620.764	4923.631	1046.859
5970.491	4924.491	-310.947
4585.451	4883.305	-271.197
4572.358	4866.615	301.569
5168.184	5007.526	-22.769
4984.757	5136.027	-367.957
4768.070	5129.931	-617.526
4512.405	5146.550	-362.525
4784.015	5124.088	-471.806
4652.817	5092.762	-262.681
4539.112	5082.577	-289.057
4493.557	5082.577	-289.057
4805.056	5101.951	-478.224
4805.082	5061.993	-388.679
4793.520	5071.182	-695.934
4623.726	5120.165	-353.037
4673.314	5105.046	-356.351
4375.249	5111.106	-291.625
4767.129	5110.494	-474.989
4634.119	5105.634	-357.304
4748.695	5123.520	-363.507
4819.481	5112.075	-408.112
4748.329	5110.599	-400.606
4709.994	5148.495	-532.422
4622.904	5114.322	-491.418
4634.505	5110.494	-475.989
4684.242	5112.312	-428.070
4760.013	5123.520	-363.507
4621.516	5119.612	-498.096
5081.896	5118.487	-36.591
4722.065	5122.340	-400.275

Selanjutnya pengujian *error* dari estimasi hasil transformasi *prewhitening* sebagai berikut.

a. Uji Identik

Pengujian asumsi keidentikan dilakukan dengan menggunakan uji *Gletser* (Persamaan pada bab 2).

1) Hipotesis
2) H_0 : $s_1{}^2 = s_2{}^2 = \cdots = s_{60}{}^2$ (*error* mempunyai varian yang sama)
3) $H_1 : s_1{}^2 \neq s_2{}^2 \neq \cdots \neq s_{60}{}^2$ (*error* mempunyai varian berbeda)
4) Tingkat signifikansi $a = 0.05$ dan $F_{tabel} = 3.16$
5) Statistik uji $F = 0.035$ dan nilai $p-value = 0.126$ (Lihat Lampiran 4 bagian a)
6) Keputusan

Karena nilai $F < F_{tabel}$ yaitu $0.035 < 3.16$ dan nilai $a = 0.05 < p - value = 0.126$ maka H_0 gagal tolak artinya *error* mempunyai varian yang sama, *error* bersifat identik.

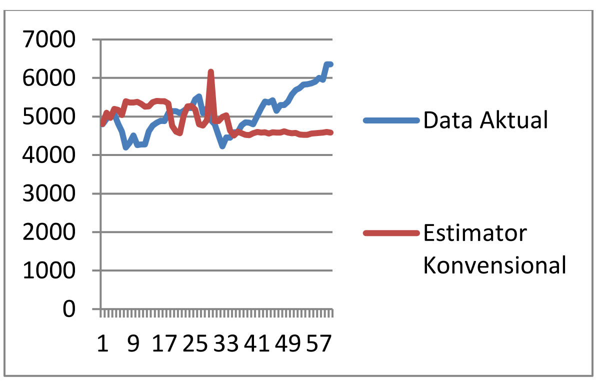
b. Uji Independen
Uji Durbin Watson dilakukan untuk mengetahui apakah *error* independen atau tidak.

1) Hipotesis
$H_0 : \rho = 0$ (tidak ada autokorelasi)
$H_1 : \rho \neq 0$ (ada autokorelasi)
2) Tingkat signifikansi $\alpha = 0.05$
3) Statistik uji $d_{hitung} = 2.014$ (Lihat Lampiran 4 bagian a)
4) Nilai $dL = 1.51442$ dan nilai $dU = 1.65184$ (diperoleh dari tabel Durbin Watson pada Lampiran 5).
5) Keputusan
Karena nilai $d_{hitung} = 2.014 > dL = 1.65184$ maka gagal tolak H_0 artinya tidak terdapat autokorelasi pada *error*, *error* independen.

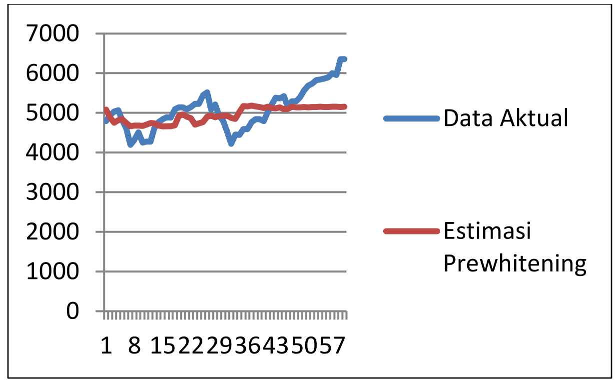
Sehingga dapat disimpulkan bahwa error yang diperoleh dari estimator Kernel hasil Prewhitening bersifat *white noise* karena asumsi identik dan independen terpenuhi.

4.3.4 Efisiensi dari Estimastor Kernel Bivariat Konvensional dan Estimator Kernel Bivariat Hasil Transformasi Prewhitening

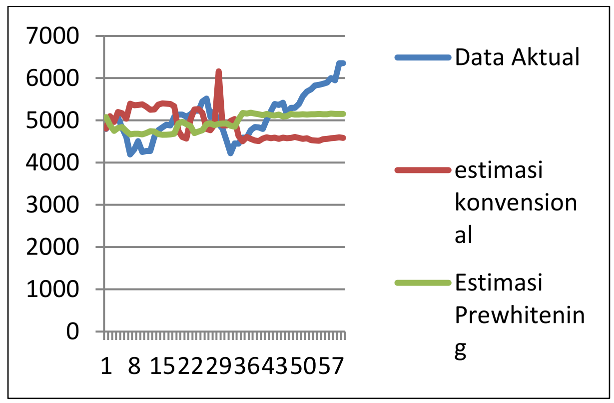
Berikut ketepatan model estimasi jika dilihat dari kurva regresi.



Gambar 4.4 Kurva Data Aktual dengan Data estimasi Kernel Bivariat Konvensional



Gambar 4.5 Kurva Data Aktual dengan Data Estimasi Kernel Bivariat Hasil *Prewhitening*



Gambar 4.6 Kurva Data Atual, Data Estimator Konvensional dan Data Estimator Hasil *Prewhitening*

Pada Gambar 4.4 terlihat adanya perbedaan antara estimator Kernel konvensional dengan data sebenarnya. Begitu juga pada Gambar 4.5 terlihat perbedaan antara estimator Kernel hasil transformasi *prewhitening* dengan data sebenarnya. Namun dari gambar tersebut belum dapat ditentukan estimator mana yang lebih baik. Oleh karena itu untuk mengetahui efisiensi dari kedua estimator dapat dilakukan dengan membandingkan nilai MSE atau nilain MAPE dari kedua estimator.

Nilai MSE dari estimator konvensional

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - m(X)\right)^2}{n}$$

$$= \frac{\left((4795-4806.1)^2 + (4940.9-5099.4)^2 + \cdots + (6355.7-4585)^2\right)}{60}$$

1) Nilai MSE dari estimator hasil transformasi *prewhitening*

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i{}^* - m(X)^*)^2}{n}$$

$$= \frac{\left((5388.6-4668)^2 + (5608.7-4685.9)^2 + \cdots + (4585-5157)^2\right)}{60}$$

$$= 290303.8317$$

Estimator dengan nilai MSE yang lebih kecil adalah estimator yang lebih efisien atau lebih baik. Diperoleh nilai MSE dari estimator konvensional dan estimator hasil taransformasi *prewhitening* masing-masing adalah 639203.3084 dan 290303.8317. Sehingga dapat dikatakan bahwa estimator hasil transformasi *prewhitening* lebih efisien dari estimator konvensional. Selain MSE, efisiensi kedua estimator juga dapat dilihat dari nilai MAPE berdasarkan Persamaan (2.23) sebagai berikut:

1) $MAPE = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_i - m(X_i)}{Y_i}\right| * 100\%$

$$= \frac{1}{60} * \left(\left|\frac{4795-4806.1}{4795}\right| + \left|\frac{4940.9-5099.4}{4940.9}\right| + \cdots + \left|\frac{6355.7-4585}{6355.7}\right|\right) * 100\%$$

$$= 12,7\%$$

2) $MAPE = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_i^* - m(X_i)^*}{Y_i^*}\right| * 100\%$

$$= \frac{1}{60} * \left(\left|\frac{5388.6-4668}{5388.6}\right| + \left|\frac{5608.7-4685.9}{5608.7}\right| + \cdots + \left|\frac{4585-5157}{4585}\right|\right) * 100\%$$

$$= 8.34\%$$

Nilai MAPE dari estimator konvensional yaitu 12.7% lebih kecil dari nilai MAPE dari estimator hasil transformasi *prewhitening* yaitu 8.34% artinya estimator hasil transformasi *prewhitening* lebih efisien dari estimator konvensional.

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, diperoleh simpulan bahwa:

a. Model estimasi Kernel bivariat konvensional dengan *error* berkorelasi adalah

$$m(x) = \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.8692588}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.3192463}\right)^2\right)\right)Y_1+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.8692588}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.3192463}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.8692588}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.3192463}\right)^2\right)\right)Y_{60}}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.8692588}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.3192463}\right)^2\right)\right)}$$

b. Model estimasi Kernel bivariat hasil transformasi *prewhitening* dengan *error* tidak berkorelasi adalah

$$m(x)^* = \frac{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.3317731}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.2213052}\right)^2\right)\right)Y_1^*+\cdots}{\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.3317731}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.2213052}\right)^2\right)\right)+\cdots}$$

$$\frac{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.3317731}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.2213052}\right)^2\right)\right)Y_{60}^*}{+\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{1,1}-x_1}{0.3317731}\right)^2\right)\right)\left(\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{x_{2,1}-x_2}{0.2213052}\right)^2\right)\right)}$$

c. Nilai MSE dari estimator konvensional dan estimator hasil *prewhitening* masing-masing adalah 639203.3084 dan 290303.8317. Sehingga dapat dikatakan bahwa estimator hasil transformasi *prewhitening* lebih baik dari estimator konvensional.

5.2 Saran

Saran dari penelitian ini adalah

a. Melakukan proses *prewhitening* pada data yang didasarkan pada selain AR(1).

b. Penelitian selanjutnya diharapkan dapat menambahkan variabel prediktor yaitu faktor-faktor lain yang mempengaruhi naik turunnya IHSG.

DAFTAR PUSTAKA

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., and Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis : Forecasting and Control. 3rd ed*. Prentice Hall. Inc., New York.

Budiantara, I. N., dkk. 2006. *Pemodelan B-Spline dan MARS pada Nilai Ujian Masuk terhadap IPK Mahasiswa Jurusan Disain Komonikasi Visual UK. Petra Surabaya*. Jurnal Teknik Industri, Vol. 8, No. 1, Hal. 1.

Carmona, A.R. 2004. *Statistical of Financial Data in S-Plus*. United State of America : Springer.

Data Inflasi-Bank Sentral Republik Indonesia. Diakses pada tanggal 1 November 2018 pukul 23:07.

Eubank, R.L. 1999. *Spline Smoothing and Nonparametric Regression 2nd Edition*. Marcel Dekker Inc : New York.

Hadijati, M. 2005. *Estimasi Kernel dalam Regresi Nonparametrik dengan Error Berkorelasi*. Tesis. Surabaya : FMIPA Insitut Teknologi Sepuluh November.

Hardle, W. 1990. *Smoothing Techniques With Implementation in S*. Springer-Verlag : New York.

________. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Berlin : Humboldt University..

IHSG,http://finance.yahoo.com/quote/%5EJKSE/history/. 10 November 2018 pukul 00:33 WITA.

Kurniasih, D. 2013. *Efisiensi Relatif Estimator Fungsi Kernel Gassian Terhadap Estimator*

Polinomial Dalam Peramalan USD Terhadap JPY. Skripsi. Semarang : FMIPA Universitas Negeri Semarang.

Kurs Referensi (JISDOR) - Bank Sentral Republik Indonesia. 1 November 2018 pukul 23:12 WITA.

Montgomery, D.C. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley and Sons, Inc., Arizona.

Nonparametric Regression With Correlated Errors. Statistical Science, Vol. 16, No.2.

Tabel Durbin-Watson. http://www.standford.edu. Diakses pada tanggal 28 September 2019 pukul 15:25 WITA.

Wei, W.S. 1990. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Canada.

Xiao, Z., Linton, O.B., Carrol, R.J., and Mammen, E. 2002. *More Efficient Kernel Estimation in Regression with Autocorrelated Errors*. Cowles Foundation.

Yaffee, R.A., and McGee, M. *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting*. Academic Press, Inc., New York.

Yang, Y. 2001. *Nonparametric Regression With Dependent Errors*. Bernoulli, Vol. 7, No. 4.