Volume 03 No 01 Juni (2020)

e-ISSN: **2615-3270**

p-ISSN: **2615-3599**

Eigen Mathematics Journal

Homepage jurnal: http://eigen.unram.ac.id

Analisis Rotasi Ortogonal pada Teknik Analisis Faktor Menggunakan Metode Procrustes

Himayati [a,*]**, *Ni Wayan Switrayni*** [b]**, *Desy Komalasari*** [c] **, *Nurul Fitriyani*** [d]

[a] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit, No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: himayati2929@gmail.com

[b] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit, No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: niwayan.switrayni@unram.ac.id

[c] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit, No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: desykomalasari@unram.ac.id

[d] Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Mataram, Jl. Majapahit, No. 62, Mataram, 83125, Indonesia. Email: nurul.fitriyani@unram.ac.id

A B S T R A C T

Factor analysis is a multivariate statistical method that tries to explain the relationship between a number of independent variables by grouping these variables into factors. With this grouping, the existing variables will be easier to interpret. In increasing the power of factor interpretation, a matrix loading factor transformation must be performed. The transformation can be done by choosing the method that is in orthogonal rotation, the varimax, quartimax, or equamax method. In order to find out which rotation techniques is the most appropriate, researchers used the square values of distance and measures of suitability, generated from the procrustes method used. Based on the analysis of Data I, II, and III that have been done, the appropriate rotation techniques used were the varimax and equamax methods in Data I, the quartimax method in Data II, and the varimax method in Data III. The same results were obtained by taking into account the greatest percentage of closeness between the original data and the rotation results.

Keywords: Equamax, Procrustes, Quartimax, Varimax.

A B S T R A K

Analisis faktor merupakan salah satu metode statistika multivariat yang mencoba menerangkan hubungan antara sejumlah variabel yang saling independen dengan mengelompokkan variabel-variabel tersebut menjadi faktor. Dengan pengelompokan tersebut maka variabel yang ada akan lebih mudah untuk diinterpretasikan. Dalam meningkatkan daya interpretasi faktor harus dilakukan transformasi pada matriks *loading factor*. Transformasi dapat dilakukan dengan memilih metode yang ada pada rotasi orthogonal, yakni metode varimax, quartimax, atau

* Corresponding author.
Alamat e-mail: *himayati2929@gmail.com*

equamax. Dalam penerapannya untuk mengetahui teknik rotasi mana yang paling tepat, digunakan nilai kuadrat jarak dan ukuran kesesuaian yang dihasilkan dari metode procrustes. Berdasarkan analisis pada Data I, II, dan III yang telah dilakukan, teknik rotasi yang tepat digunakan adalah metode varimax dan equamax pada Data I, metode quartimax pada Data II, dan metode varimax pada Data III. Hasil yang sama diperoleh dengan memperhatikan persentase kedekatan paling besar antara data asal dengan hasil rotasi.

Keywords: Equamax, Procrustes, Quartimax, Varimax.
Diserahkan: 30-04-2020; Diterima: 30-05-2020; Doi: https://doi.org/10.29303/emj.v3i1.66

1. Pendahuluan

Analisis faktor merupakan salah satu metode statistika multivariat yang mencoba menerangkan hubungan antara sejumlah variabel-variabel yang selanjutnya disebut faktor, yang saling independen antara satu dengan yang lain (Supranto, 2010). Dalam mengamati hubungan suatu obyek penelitian, haruslah dengan memperhatikan semua variabel yang ada. Dengan semakin banyak variabel yang diperhatikan, maka kesimpulan yang diambil akan semakin menggambarkan data asal. Menurut Purwaningsih (2003), dengan memasukkan banyak variabel maka perhitungan statistiknya akan semakin sulit. Dalam menyederhanakannya, maka data direduksi menjadi lebih kecil dengan menggunakan analisis faktor.

Menurut Supranto (2010), dengan mengelompokkan sejumlah besar variabel ke dalam jumlah yang lebih kecil dari kumpulan yang homogen dan membuat variabel baru yang disebut faktor, maka variabel yang ada akan lebih mudah untuk diinterpretasikan. Dalam meningkatkan daya interpretasi suatu faktor harus dilakukan transformasi pada matriks *loading factor*. Transformasi ini dilakukan dengan merotasi matriks tersebut menggunakan rotasi ortogonal. Rotasi ortogonal merupakan metode yang berusaha meminimumkan banyaknya variabel dengan muatan tinggi (*high loading*) pada satu faktor, sehingga memudahkan pembuatan interpretasi mengenai faktor.

Transformasi matriks *loading factor* dapat dilakukan dengan memilih metode yang ada pada rotasi ortogonal. Hasil rotasi ini akan mengakibatkan setiap variabel asal mempunyai korelasi tinggi dengan faktor tertentu saja dan relatif rendah dengan faktor yang lain, sehingga setiap faktor akan lebih mudah untuk diinterpretasikan. Rotasi ortogonal yang digunakan pada tulisan ini yakni teknik rotasi varimax atau quartimax atau equamax. Dalam penerapannya untuk mengetahui rotasi mana yang sesuai, digunakan nilai kuadrat jarak terkecil yang dihasilkan dari metode procrustes (Purwaningsih, 2003). Metode ini lebih disukai apabila diinginkan struktur yang sederhana (Trendafilov, 1994).

Metode procrustes merupakan suatu teknik analisis yang digunakan untuk membandingkan dua konfigurasi melalui kedekatan atau kemiripan konfigurasi objek. Dalam hal ini konfigurasi data hasil analisis faktor yang sudah dirotasi dibandingkan dengan data asal. Sebelum kedua data dibandingkan terlebih dahulu kedua data diproses berdasarkan penetapan dan penyesuaian posisi. Penetapan dan penyesuaian dengan posisi dilakukan dengan transformasi yaitu transformasi translasi, rotasi maupun dilatasi yang dibuat sedemikian sehingga diperoleh jarak yang sedekat mungkin. Setelah proses tersebut dilakukan dapat diketahui sejauh mana konfigurasi data analisis faktor dapat menggambarkan data asal (Putri, 2013). Oleh karena itu, penting untuk mengetahui diantara metode varimax, quartimax, dan equamax yang memiliki nilai kuadrat jarak minimum, sehingga didapatkan interpretasi yang paling baik.

Berdasarkan uraian yang telah diberikan, maka penelitian ini bertujuan untuk menentukan rotasi yang tepat dalam analisis faktor dengan menggunakan metode procrustes. Selain itu, penelitian ini dilakukan juga untuk menentukan kedekatan antara data awal dengan data hasil rotasi yang terbentuk dengan metode procrustes.

2. Landasan Teori

2.1. Analisis Multivariat

Analisis multivariat adalah teknik-teknik analisis statistika yang memperlakukan sekelompok variabel yang saling berkorelasi sebagai satu sistem, dengan memperhitungkan korelasi antar variabel-variabel tersebut (Suryanto, 1988).

Analisis multivariat dikelompokkan menjadi dua, yaitu metode dependensi (ketergantungan) dan metode interdependensi (saling ketergantungan). Metode dependensi digunakan jika persoalan pokok yang hendak dipecahkan adalah tentang hubungan antara dua kelompok variabel, dimana kelompok yang satu adalah variabel-variabel bebas sedangkan yang kedua adalah variabel-variabel tak bebas.

Analisis statistik yang termasuk dalam metode dependensi adalah analisis regresi, analisis varians, analisis korelasi kanonik, analisis diskriminan dan analisis logit. Metode interdependensi digunakan apabila diantara variabel yang diukur tidak dibedakan antara variabel bebas dan variabel tak bebas, sehingga persoalan pokoknya adalah tentang saling ketergantungan. Salah satu analisis yang termasuk dalam metode interdependensi adalah analisis faktor (Wiratmanto, 2014).

2.2. Analisis Faktor

Analisis faktor merupakan salah satu metode statistika multivariat yang mencoba menerangkan hubungan antara sejumlah variabel-variabel yang saling independen antara satu dengan yang lain sehingga bisa dibuat satu atau lebih kumpulan peubah yang lebih sedikit dari jumlah variabel awal. Analisis faktor digunakan untuk mereduksi data dan menginterpretasikannya sebagai suatu variabel baru yang berupa variabel bentukan (Supranto, 2010).

Secara matematis, analisis faktor terlihat mirip dengan regresi linear berganda, yaitu bahwa setiap variabel dinyatakan sebagai suatu kombinasi linear dari faktor yang mendasari (*underlying factors*). Jumlah (*amount*) varian yang disumbangkan oleh suatu variabel dengan variabel lainnya yang tercakup dalam analisis disebut *communality*. Jika variabel-variabel dibakukan (*standardized*), model analisis faktor dapat ditulis sebagai berikut :

$$X_i - \mu_i = \lambda_{11}F_1 + \lambda_{12}F_2 + \ldots + \lambda_{1m}F_m + \varepsilon_1 \quad (1)$$

$$\vdots$$

$$X_p - \mu_p = \lambda_{p1}F_1 + \lambda_{p2}F_2 + \ldots + \lambda_{pm}F_m + \varepsilon_p \quad (2)$$

Atau dapat ditulis dalam notasi matriks sebagai berikut :

$$\mathbf{X}_{(\mathbf{p}x1)} = \boldsymbol{\mu}_{(\mathbf{p}x1)} + \lambda_{(\mathbf{p}xm)}\mathbf{F}_{(mx1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{(\mathbf{p}x1)} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \ldots & \lambda_{1m} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \ldots & \lambda_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & \ldots & \lambda_{pm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

dengan,

X_i = variabel acak ke-*i* yang teramati, $i = 1, 2, \ldots, p$

μ_i = Rata-rata dari variabel ke-*i*

λ_{ij} = Koefisien faktor bersama (*loading factor*)

F_i = Faktor bersama ke-*j*, $j = 1, 2, \ldots, m$

ε_i = Faktor spesifik ke-*i*

Berikut diberikan tahapan-tahapan dalam analisis faktor.

a) Ekstraksi faktor

Ekstraksi faktor adalah suatu metode yang digunakan untuk mereduksi data dari beberapa indikator untuk menghasilkan faktor yang lebih sedikit dan mampu menjelaskan korelasi antar indikator yang diobservasi (Hardika, 2013). Supranto (2004) menyatakan bahwa terdapat dua metode yang bisa dipergunakan dalam analisis faktor, khususnya untuk menghitung timbangan atau koefisien skor faktor, yaitu *Principal Component Analysis* dan *Common Factor Analysis*.

Hair dan Anderson (1998) menyatakan bahwa terdapat beberapa kriteria dalam menentukan sejumlah faktor yang terbentuk, yakni:

i) Kriteria Nilai Eigen

Teknik yang paling sering digunakan adalah dengan melihat nilai eigen. Alasan penggunaan nilai eigen adalah karena setiap variabel memiliki kontribusi nilai 1 terhadap total nilai eigen. Sehingga faktor dengan nilai eigen ≥ 1 yang dianggap signifikan, sedangkan untuk faktor yang nilai eigennya < 1 dianggap tidak signifikan dan harus dikeluarkan dari model.

Berikut ini akan dijelaskan cara mencari nilai eigen dari matriks *A* berukuran *n x n*:

$$\mathbf{A}\ \mathbf{x} = \boldsymbol{\lambda}\ \mathbf{x} \quad (4)$$

Agar λ adalah nilai eigen, maka harus ada solusi tak trivial dari persamaan ini. Solusi tersebut didapat dengan syarat.

$$det\ (\mathbf{A} - \boldsymbol{\lambda}\mathbf{I}) = |\,(\mathbf{A} - \boldsymbol{\lambda}\mathbf{I})\,| = 0 \quad (5)$$

Jika x_i memenuhi hal di atas, maka kelipatan dari x_i juga memenuhi. Jadi itulah sebabnya sering kita bekerja dengan vektor eigen x_i yang normanya 1 (Mattjik dan Sumertajaya, 2011).

ii) Kriteria Persentase Keragaman

Penentuan jumlah faktor dilihat dari nilai spesifik dari persentase kumulatif keragaman yang bisa dijelaskan oleh faktor yang terbentuk. Dalam penelitian ilmiah semakin besar persentase keragaman yang dapat dijelaskan maka faktor yang terbentuk akan mampu menjelaskan variabel awal dengan baik.

iii) Kriteria Plot

Teknik ini dilakukan dengan membuat plot antara jumlah faktor yang terbentuk (sumbu horizontal) dengan nilai eigen (sumbu vertikal). Dengan melihat bentuk dari kurva yang telah diplotkan ditentukan jumlah faktor yang akan digunakan.

Semakin melandai kurva maka ekstraksi faktor dihentikan.

b) Rotasi faktor

Interpretasi hasil analisis yang dilakukan seringkali menyusahkan. Langkah penting dalam interpretasi faktor adalah rotasi faktor (Hair dan Anderson, 1998). Rotasi dilakukan sampai struktur yang lebih sederhana diperoleh. Matriks *loading factor L* yang diperoleh bergantung pada pemilihan matriks transformasi ortogonal $\mathbf{\Gamma}$.

$$\mathbf{L}^{'} = \mathbf{L\Gamma} \tag{6}$$

Jika *L* adalah matriks *loading factor*, maka $\mathbf{L'}$ juga merupakan matriks *loading factor* hasil rotasi, asalkan $\mathbf{\Gamma}$ ortogonal (Mattjik dan Sumertajaya, 2011).

Dua jenis metode untuk rotasi faktor adalah *Orthogonal* (ortogonal) dan *Oblique* (Hardika, 2013). Rotasi ortogonal adalah rotasi yang mempertahankan keortogonalan faktor-faktor (membuat sudut kedua sumbu faktor bersama 90^0), sedangkan rotasi *oblique* tidak memperhatikan sifat ortogonal tersebut (sudut kedua sumbu faktor bersama tersebut tidak harus 90^0). Terdapat tiga jenis rotasi ortogonal, yaitu rotasi varimax, rotasi quartimax, dan rotasi equamax (Nugroho, 2008).

i) Rotasi Varimax

Rotasi varimax adalah rotasi yang membuat jumlah varian dari faktor yang memuat kuadrat *loading* dalam masing-masing faktor menjadi maksimum (Johnson dan Wichern, 2002). Metode rotasi ini berupaya memaksimalkan faktor pembobot dan mengakibatkan variabel asal hanya akan mempunyai korelasi yang tinggi dan kuat dengan faktor tertentu saja (korelasinya mendekati 1) dan memiliki korelasi yang lemah dengan faktor yang lainnya (korelasinya mendekati 0).

Pada kriteria varimax ini parameter *loading* diperoleh dengan memaksimumkan fungsi berikut:

$$\sum_{j=1}^{k}\left\{\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\left(\frac{I_{ij}^{*2}}{h_i}\right)^2-\left[\frac{1}{p}\sum_{i=1}^{p}\frac{I_{ij}^{*2}}{h_i}\right]^2\right\} \tag{7}$$

dengan,

p = Banyak variabel

I_{ij} = Koefisien faktor bersama (*loading factor*) ke-*i* pada faktor ke-*j*

h_i^2 = Komunalitas variabel ke-*i*

ii) Rotasi Quartimax

Rotasi quartimax yaitu memaksimalkan varians kuadrat faktor pada masing-masing variabel sehingga menyederhanakan baris matriks *loading* (Rencher, 2002). Salah satu pendekatan yang terkenal adalah merancang matriks transformasi ortogonal sehinga ragam yang dihitung dari kuadrat *loading factor* hasil transformasi mencapai maksimum. Jika *L* adalah matriks *loading factor* yang ingin ditranformasi mengunakan matriks ortogonal $\mathbf{\Gamma}$ menjadi $\mathbf{\Gamma}' = L\mathbf{\Gamma}$, maka $\mathbf{\Gamma}$ dipilih sehingga Persamaan (8) mencapai maksimum:

$$\frac{1}{pk}\sum_i\sum_j I_{ij}^{*4}-\left(\frac{1}{pk}\sum_i h_i^2\right) \tag{8}$$

dengan,

p = Banyak variabel

k = Banyak objek atau komponen utama yang dipilih

h_i^2 = Komunalitas variabel ke-*i*

iii) Rotasi Equamax

Harman (1976) tertarik untuk memaksimumkan kombinasi linear dari fungsi tujuan pada rotasi quartimax dan varimax. Peneliti ini mengusulkan untuk memaksimumkan:

$$\frac{1}{p}\sum_{j=1}^{k}\left\{\sum_{i=1}^{p}I_{ij}^4-\frac{\gamma}{p}\left(\sum_{i=1}^{p}I_{ij}^2\right)^2\right\} \tag{9}$$

dengan γ adalah sebuah konstanta. Kriteria yang diberikan oleh Persamaan (9) sangat umum, karena pemilihan γ yang berbeda akan berimplikasi didapatkan transformasi ortogonal yang berbeda juga. Memilih $\gamma = 0$ sama saja dengan melakukan trnasformasi quartimax, $\gamma = 1$ akan sama dengan rotasi varimax, dan memilih $\gamma = k/2$ akan menghasilkan rotasi equamax.

Untuk memperoleh matriks rotasi ortogonal maka dilakukan optimalisasi fungsi tujuan pada masing-masing teknik rotasi.

$$\mathbf{\Gamma}_{2\times 2} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} \tag{10}$$

dengan θ merupakan sudut rotasi yang dilakukan.

Selanjutnya, Harman (1976) mengemukakan bahwa penentuan sudut rotasi untuk ketiga teknik rotasi tersebut di peroleh berdasarkan:

$$\theta = \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{X}{Y}\right) \tag{11}$$

dengan,

$$X = \begin{cases} D - 2AB/n & ; \text{Varimax} \\ D - mAB/n & ; \text{Equamax} \\ D & ; \text{Quartimax} \end{cases} \tag{12}$$

$$Y = \begin{cases} C - \left(A^2 - B^2\right)/n & ; \text{Varimax} \\ C - m\left(A^2 - B^2\right)/2n & ; \text{Equamax} \\ C & ; \text{Quartimax} \end{cases}$$

Keterangan:

$$A = \sum_{p=1}^{n} U_{p(i)}$$

$$B = \sum_{p=1}^{n} V_{p(i)}$$

$$C = \sum_{p=1}^{n} \left(U_{p(i)}^{2} - V_{p(i)}^{2}\right)$$

$$D = \sum_{p=1}^{n} 2U_{p(i)} V_{p(i)}$$

Penentuan ini berlaku untuk $U_{p(i)} = f_{pj(i)}^2 - f_{pk(i)}^2$ dan $V_{p(i)} = 2f_{pj(i)} \cdot f_{pk(i)}$.

Kriteria pada Persamaan (9) hanya dapat diterapkan pada dua faktor saja. Berikut cara untuk melakukan rotasi pada nilai loading factor.

$$\begin{bmatrix} x_{11} & y_{12} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ x_{n1} & y_{n2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cos\ \theta & -Sin\ \theta \\ Sin\ \theta & Cos\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & Y_{12} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ X_{n1} & Y_{n2} \end{bmatrix} \tag{13}$$

dengan,

x_{i1} = Elemen matriks pada variabel ke-i dan faktor ke-1

y_{ij} = Elemen matriks pada variabel ke-i dan faktor ke-2

X_{i1} = Elemen matriks pada variabel ke-i dan faktor ke-1 hasil rotasi

Y_{i2} = Elemen matriks pada variabel ke-i dan faktor ke-2 hasil rotasi

Kaiser (1958) menjelaskan untuk penentuan sudut rotasi untuk kasus dengan faktor lebih dari dua maka sudut rotasi dapat diperoleh menggunakan Persamaan (12) dengan melakukan kombinasi faktor yakni faktor 1 dengan faktor 2, faktor 1 dengan faktor 3, . . . , faktor 1 dengan faktor *r*; faktor 2 dengan faktor 3, . . . , faktor 2 dengan faktor *r*; . . . ; faktor (*r-1*) dengan faktor *r*. Selanjutnya untuk mendapatkan sudut-sudut rotasi maka dilakukan proses iterasi secara berturut-turut pada setiap kombinasi faktor hingga diperoleh $\theta = 0$.

c) Interpretasi Faktor

Interpretasi faktor merupakan pemberian nama baru pada faktor-faktor yang terbentuk yang dianggap bisa mewakili variabel-variabel anggota faktor tersebut (Komalasari, 2015).

Interpretasi faktor dipermudah dengan mengenali atau mengidentifikasi variabel yang muatannya (*loading*) besar pada faktor yang sama. Faktor tersebut kemudian bisa diinterpretasikan, dinyatakan dalam variabel yang mempunyai *high loading* padanya.

2.3. Metode Procrustes

Metode procrustes adalah salah satu teknik analisis statistik yang membuat perbandingan numerik antara dua konfigurasi dengan melakukan transformasi dari salah satu konfigurasi terhadap konfigurasi yang lainnya sehingga menghasilkan suatu ukuran yang sesuai (Johnson dan Wichern, 2002). Menurut Maharani (2015), metode procrustes bertujuan untuk membandingkan dua konfigurasi yang mewakili n unit pengamatan yang sama.

Menurut Purwaningsih (2003), prinsip dasar dari metode procrustes adalah salah satu kelompok diambil sebagai yang ditetapkan dan yang yang lain yang ditransformasikan sedenikian sehingga kedua kelompok tersebut menjadi sedekat mungkin. Misalkan *X* dan *Y* adalah matriks berukuran *m x n*, maka untuk membandingkan kedekatan antara dua konfigurasi digunakan metode ini. Metode ini mendasarkan perhitungannya pada jumlah kuadrat jarak antar titik yang bersesuaian yaitu :

$$M^2 = trace\left[(X - Z)^T (X - Z)\right] \tag{14}$$

dengan,

M^2 = Nilai kuadrat jarak

X = Matriks data asal

Z = Matriks data akhir

Jadi sebelum menghitung kuadrat jarak (M^2), maka terlebih dahulu dilakukan penyesuaian dengan translasi, rotasi maupun dilatasi terhadap suatu konfigurasi untuk memperoleh posisi yang paling sesuai, sehingga kedua matriks menjadi semakin dekat.

Translasi adalah perpindahan posisi seluruh titik melalui jarak dan arah yang konstan. Penyesuaian ini dimaksudkan untuk meminimumkan nilai M^2 dengan proses pemusatan (*mean centering*) masing-masing konfigurasi, sehingga kedua pusat konfigurasi berimpit. Rotasi adalah perpindahan posisi seluruh titik membentuk sudut yang konstan tanpa mengubah jarak titik terhadap pusatnya. Proses ini dimaksudkan untuk memutar salah satu konfigurasi agar perbedaannya menjadi semakin kecil. Dilatasi adalah pembesaran atau pengecilan jarak setiap titik dalam konfigurasi terhadap pusatnya. Dilatasi dapat dilakukan melalui penggandaan suatu faktor dengan suatu skalar c.

Adapun algoritma menghitung jumlah kuadrat jarak dengan analisis procrustes sebagai berikut:

a. Membentuk matriks $\boldsymbol{X}$ berukuran nxm dari data skor faktor hasil analisis faktor dan $\boldsymbol{Y}$ berukuran nxm dari data skor faktor hasil analisis faktor yang telah dirotasi.
b) Merotasi matriks $\boldsymbol{Y}$ dengan menggandakan matriks $\boldsymbol{Y}$ dengan matriks ortogonal $\boldsymbol{T}$ sehingga didapatkan matriks $\boldsymbol{YT}$, dengan $\boldsymbol{T}$ adalah matriks ortogonal yang dipilih.
c) Menggandakan matriks $\boldsymbol{YT}$ dengan skalar c berikut.

$$c = \frac{trace\ \left[\mathbf{X}\mathbf{T}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\right]}{trace\ \left[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\right]} \tag{15}$$

sehingga didapatkan matriks akhir sebagai berikut:

$$\mathbf{Z} = \left[\mathbf{YT}\right]c \tag{16}$$

d) Menghitung jumlah kuadrat jarak dan ukuran kesesuaian data antara matriks $\boldsymbol{X}$ dengan matriks $\boldsymbol{Z}$.

2.4. Ukuran Kesesuaian Dua Konfigurasi

Ukuran kesesuaian dua konfigurasi menggambarkan kedekatan atau kesesuaian antara dua matriks. Semakin tinggi nilainya, maka kedua konfigurasi tersebut semakin dekat atau sama (Anasari, 2012). Ukuran kesesuaian dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \left(\frac{M^2_{\min}}{trace\ \left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)}\right) \tag{17}$$

dengan,

$M^2_{\min}$ = Nilai kuadrat jarak minimum

$\mathbf{X}$ = Matriks data asal

$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}$ = Transpose matriks data asal

Nilai R^2 berkisar antara 0 – 100 %, semakin dekat nilai ukuran kesesuaiannya ke 100 %, maka semakin dekat dua konfigurasi tersebut (Herawati, 1997).

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder. Data-data sekunder yang digunakan berasal dari data historis jurnal penelitian yang berkaitan dengan analisis faktor. Sumber data yang akan digunakan yakni data penelitian Rahman (2012) sebagai Data I, Wiratmanto (2014) sebagai Data II, dan Lestari (2012) sebagai Data III. Alat yang digunakan pada penelitian ini adalah beberapa *software* statistika.

Secara singkat langkah-langkah yang dilakukan didalam penelitian ini dapat dibagi menjadi beberapa tahap antara lain (1) Pengumpulan sumber-sumber pustaka; (2) Melakukan pengumpulan data; (3) Mengindikasi nilai eigen; (4) Melakukan ekstraksi faktor; (5) Melakukan rotasi faktor; (6) Menerapkan metode procrustes pada hasil analisis faktor; (7) Melakukan interpretasi hasil; dan (8) Mengambil kesimpulan.

4. Hasil dan Pembahasan

Data I diperoleh dari penelitian Rahman (2012) mengenai analisis faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat loyalitas pengguna provider XL Axiata di Kota Mataram dengan pendekatan *Structural Equation Modeling*. Data yang diperoleh merupakan data hasil kuesioner yang diisi oleh 169 responden dengan 10 variabel penelitian.

Tahapan dalam analisis ini adalah dengan terlebih dahulu mencari nilai eigen berdasarkan matriks korelasi data kemudian membentuk faktor berdasarkan kriteria nilai eigen yang didapat. Berdasarkan matriks korelasi dapat diperoleh nilai eigen yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 – Nilai Eigen Data I

Komponen	Nilai Eigen	Proporsi
1	4,1210	0,412
2	1,1509	0,155
3	0,8824	0,088
4	0,8593	0,086
5	0,7648	0,076

Komponen	Nilai Eigen	Proporsi
6	0,6860	0,069
7	0,5727	0,057
8	0,4673	0,047
9	0,3473	0,035
10	0,1485	0,015

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat pada kolom komponen menunjukkan bahwa ada 10 komponen yang dapat mewakili variabel. Komponen yang mempunyai nilai eigen ≥ 1 ini kemudian akan digunakan dalam menentukan banyaknya anggota *common factor* yang dapat dibentuk, sehingga banyak faktor yang terbentuk adalah dua faktor.

Proses selanjutnya adalah dengan mencari nilai skor faktor Data I. Maka berdasarkan persamaan $\hat{\boldsymbol{f}} = \left(\mathbf{L}^{\mathrm{T}}\mathbf{L}\right)^{-1}\left(\mathbf{L}^{\mathrm{T}}\right)$, diperoleh nilai skor faktor Data I seperti yang tertera pada Tabel 2.

Tabel 2 – Nilai Skor Faktor Data I

Variabel	Faktor 1	Faktor 2
X_1	0,182	0,067
X_2	0,146	0,092
X_3	0,152	0,220
X_4	0,194	0,164
X_5	0,148	0,205
X_6	0,203	0,286
X_7	0,122	-0,008
X_8	0,126	-0,392
X_9	0,122	-0,515
X_{10}	0,135	-0,487

Berdasarkan Tabel 2, dapat dibuat matriks data ***X***. Tahapan selanjutnya adalah melakukan tahapan-tahapan analisis procrustes. Akan dicari nilai kuadrat jarak minimum untuk setiap rotasi yakni rotasi varimax, quartimax, dan equamax pada Data I.

a) Rotasi Varimax

Tahapan untuk mendapatkan nilai kuadrat jarak minimum dengan metode procrustes adalah dengan membentuk matriks X dari nilai skor faktor data asal dan matriks Y dari nilai skor faktor hasil rotasi varimax. Berikut adalah matriks X.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0,182 & 0,067 \\ 0,146 & 0,092 \\ 0,152 & 0,220 \\ 0,194 & 0,164 \\ 0,148 & 0,205 \\ 0,203 & 0,286 \\ 0,122 & -0,008 \\ 0,126 & -0,392 \\ 0,122 & -0,515 \\ 0,135 & -0,487 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, matriks ***X*** akan dirotasikan dengan cara mengalikan matriks tersebut dengan suatu matriks rotasi yang ortogonal. Matriks tersebut dibentuk berdasarkan besar sudut rotasi yang diperoleh. Besar sudut rotasi ditentukan berdasarkan iterasi, proses iterasi dilakukan hingga menghasilkan θ = 0. Berikut sudut rotasi yang diperoleh berdasarkan Persamaan (11).

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(n\sum\left(U_iV_i\right)\right)-\sum U_i\sum V_i}{n\sum\left(U_i^2-V_i^2\right)-\left(\left(\sum U_i\right)^2-\left(\sum V_i\right)^2\right)}\right)\\ &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(10\left(-2,410\right)\right)-\left(5,972\right)\left(-0,028\right)}{10\left(0,571\right)-\left(\left(5,972\right)^2-\left(-0,028\right)^2\right)}\right)\\ &= 14,5^{\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_2 &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(n\sum\left(U_iV_i\right)\right)-\sum U_i\sum V_i}{n\sum\left(U_i^2-V_i^2\right)-\left(\left(\sum U_i\right)^2-\left(\sum V_i\right)^2\right)}\right)\\ &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(10\left(-1,037\right)\right)-\left(5,238\right)\left(2.,67\right)}{10\left(4,387\right)-\left(\left(5,238\right)^2-\left(2,867\right)^2\right)}\right)\\ &= 16,02^{\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\theta_3 &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(n\sum\left(U_iV_i\right)\right)-\sum U_i\sum V_i}{n\sum\left(U_i^2-V_i^2\right)-\left(\left(\sum U_i\right)^2-\left(\sum V_i\right)^2\right)}\right)\\ &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{2\left(10\left(1,512\right)\right)-\left(2,298\right)\left(5,204\right)}{10\left(3,795\right)-\left(\left(2,298\right)^2-\left(5,204\right)^2\right)}\right)\\ &= 0,055^{\circ}\end{aligned}$$

Proses iterasi dihentikan karena telah didapatkan $\theta \approx 0$, sehingga besar sudut rotasi yang digunakan pada teknik varimax adalah:

$$\theta(\boldsymbol{\Gamma}) = \sum\theta_i = 14,5^{\circ} + 16,02^{\circ} = 30,52^{\circ}$$

Maka berdasarkan Persamaan (10), dengan sudut rotasi sebesar 30,52° diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}861 & 0{,}508 \\ -0{,}508 & 0{,}861 \end{bmatrix}$$

Berikut hasil rotasi matriks ***X*** dengan matriks rotasi $\mathbf{\Gamma}$ dibentuk dalam matriks ***Y***.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X\,\Gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}191 & -0{,}035 \\ 0{,}173 & 0{,}005 \\ 0{,}243 & 0{,}112 \\ 0{,}251 & 0{,}043 \\ 0{,}232 & 0{,}102 \\ 0{,}320 & 0{,}143 \\ 0{,}102 & -0{,}069 \\ -0{,}091 & -0{,}402 \\ -0{,}156 & -0{,}506 \\ -0{,}131 & -0{,}489 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya membentuk matriks ortogonal ***T*** dalam metode procrustes, dipilih matriks ortogonal $\boldsymbol{T}_{2x2}$ dengan semua unsur diagonal utamanya bernilai 1 dan elemen lainnya bernilai 0 (I_2). Matriks ***T*** pada metode procrustes ini dipilih agar hasil perkalian antara data analisis faktor dengan matriks ini tidak mempengaruhi korelasi antara setiap variabel dengan komponen atau faktor yang terbentuk.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan matriks ***Y*** dengan matriks ortogonal ***T*** maka akan didapatkan matriks ***YT***.

$$\mathbf{YT} = \begin{bmatrix} 0{,}191 & -0{,}035 \\ 0{,}173 & 0{,}005 \\ 0{,}243 & 0{,}112 \\ 0{,}251 & 0{,}043 \\ 0{,}232 & 0{,}102 \\ 0{,}320 & 0{,}143 \\ 0{,}102 & -0{,}069 \\ -0{,}009 & -0{,}402 \\ -0{,}156 & -0{,}506 \\ -0{,}131 & -0{,}489 \end{bmatrix}$$

Pada tahapan selanjutnya akan dilakukan proses pengecilan jarak setiap titik dalam suatu konfigurasi terhadap pusatnya, proses ini dapat dilakukan dengan penggandaan suatu faktor dengan suatu skalar *c*. Berikut akan dibentuk skalar *c* berdasarkan Persamaan (15) sebagai berikut.

$$c = \frac{0{,}032417 + \Lambda\ + 0{,}220458}{0{,}037706 + \Lambda\ + 0{,}256282}$$
$$= 0{,}8626473$$

Dengan menggandakan skalar *c* dengan matriks ***YT*** maka didapatkan matriks ***Z*** berikut.

$$\mathbf{Z} = \left[\mathbf{YT}\right]c = \begin{bmatrix} 0{,}165 & -0{,}030 \\ 0{,}149 & 0{,}004 \\ 0{,}202 & 0{,}097 \\ 0{,}217 & 0{,}037 \\ 0{,}200 & 0{,}008 \\ 0{,}276 & 0{,}123 \\ 0{,}088 & -0{,}060 \\ -0{,}079 & -0{,}347 \\ -0{,}135 & -0{,}436 \\ -0{,}113 & -0{,}422 \end{bmatrix}$$

Matriks ***Z*** merupakan hasil akhir dari transformasi data pada tahapan metode procrustes ini. Tahapan selanjutnya ialah menghitung nilai kuadrat jarak $\left(M^2\right)$ dan ukuran kesesuaian data $\left(R^2\right)$ antara matriks ***X*** dan ***Z***.

Selanjutnya, diperoleh nilai kuadrat jarak dan ukuran kesesuaian untuk rotasi varimax menggunakan Persamaan (15).

$$M^2 = trace\begin{bmatrix} 0{,}18167 & -0{,}0694 \\ -0{,}0694 & 0{,}10371 \end{bmatrix} = 0{,}28538$$

Berdasarkan nilai kuadrat jarak yang diperoleh, maka dapat dicari ukuran kesesuaian $\left(R^2\right)$ data menggunakan Persamaan (17).

$$R^2 = 1 - \left(\frac{0{,}28538}{0{,}242162 + 0{,}868192}\right) = 0{,}74298$$

b) Rotasi Quartimax

Tahapan untuk mendapatkan nilai kuadrat jarak minimum dengan metode procrustes adalah dengan membentuk matriks ***X*** dari nilai skor faktor data asal dan matriks ***Y*** dari nilai skor faktor hasil rotasi quartimax. Berikut adalah matriks ***X***.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0{,}182 & 0{,}067 \\ 0{,}146 & 0{,}092 \\ 0{,}152 & 0{,}220 \\ 0{,}194 & 0{,}164 \\ 0{,}148 & 0{,}205 \\ 0{,}203 & 0{,}286 \\ 0{,}122 & -0{,}008 \\ 0{,}126 & -0{,}392 \\ 0{,}122 & -0{,}515 \\ 0{,}135 & -0{,}487 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, matriks ***X*** akan dirotasikan dengan cara mengalikan matriks tersebut dengan suatu matriks rotasi yang ortogonal. Matriks tersebut dibentuk berdasarkan besar sudut rotasi yang diperoleh. Besar sudut rotasi ditentukan berdasarkan iterasi, proses iterasi dilakukan hingga menghasilkan $\theta = 0$. Berikut sudut rotasi yang diperoleh berdasarkan Persamaan (11).

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{\sum(2U_i\,V_i)}{\sum(U_i^2 - V_i^2)}\right) \\ &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{-4{,}820}{0{,}571}\right) \\ &= -20{,}8^{\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{\sum(2U_i\,V_i)}{\sum(U_i^2 - V_i^2)}\right) \\ &= \frac{1}{4}\tan^{-1}\left(\frac{0{,}332}{27{,}106}\right) \\ &= 0{,}17^{\circ} \end{aligned}$$

Proses iterasi dihentikan karena telah didapatkan $\theta = 0$, sehingga besar sudut rotasi yang digunakan pada teknik quartimax adalah –20.8°.

Berdasarkan Persamaan (10), dengan sudut rotasi sebesar –20.8° diperoleh matriks rotasi sebagai berikut:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}935 & 0{,}355 \\ -0{,}355 & 0{,}935 \end{bmatrix}$$

Dengan memperhatikan Persamaan (6), berikut hasil rotasi matriks ***X*** dengan matriks transformasi $\mathbf{\Gamma}$ dibentuk dalam matriks ***Y***.

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\,\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0{,}194 & -0{,}033 \\ 0{,}196 & 0{,}034 \\ 0{,}220 & 0{,}152 \\ 0{,}240 & 0{,}840 \\ 0{,}211 & 0{,}140 \\ 0{,}291 & 0{,}195 \\ 0{,}112 & -0{,}051 \\ -0{,}022 & -0{,}411 \\ -0{,}069 & -0{,}525 \\ -0{,}047 & -0{,}504 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya membentuk matriks ortogonal ***T*** dalam metode procrustes, dipilih matriks ortogonal $\boldsymbol{T}_{2x2}$ dengan semua unsur diagonal utamanya bernilai 1 dan elemen lainnya bernilai 0 (I_2). Matriks ***T*** pada metode procrustes ini dipilih agar hasil perkalian antara data analisis faktor dengan matriks ini tidak mempengaruhi korelasi antara setiap variabel dengan komponen atau faktor yang terbentuk.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan mengalikan matriks ***Y*** dengan matriks ortogonal ***T*** maka akan didapatkan matriks ***YT***.

$$\mathbf{YT} = \begin{bmatrix} 0.194 & -0.033 \\ 0.196 & 0.034 \\ 0.220 & 0.152 \\ 0.240 & 0.840 \\ 0.211 & 0.140 \\ 0.291 & 0.195 \\ 0.112 & -0.051 \\ -0.022 & -0.411 \\ -0.069 & -0.525 \\ -0.047 & -0.504 \end{bmatrix}$$

Pada tahapan selanjutnya akan dilakukan proses pengecilan jarak setiap titik dalam suatu konfigurasi terhadap pusatnya, proses ini dapat dilakukan dengan penggandaan suatu faktor dengan suatu skalar c. Berikut akan dibentuk skalar c berdasarkan Persamaan (15) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} c &= \frac{0{,}035107 + \Lambda\ + 0{,}239103}{0{,}037645 + \Lambda\ + 0{,}256225} \\ &= 0{,}6408529 \end{aligned}$$

Dengan menggandakan skalar c dengan matriks ***YT*** maka didpatkan matriks ***Z*** seperti yang diberikan sebagai berikut.

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{YT}]c = \begin{bmatrix} 0{,}214 & -0{,}002 \\ 0{,}216 & 0{,}022 \\ 0{,}141 & 0{,}097 \\ 0{,}154 & 0{,}538 \\ 0{,}135 & 0{,}090 \\ 0{,}186 & 0{,}125 \\ 0{,}072 & -0{,}033 \\ -0{,}014 & -0{,}263 \\ -0{,}044 & -0{,}336 \\ -0{,}030 & -0{,}323 \end{bmatrix}$$

Tahapan selanjutnya ialah menghitung nilai kuadrat jarak (M^2) dan ukuran kesesuaian data (R^2) antara matriks ***X*** dan ***Z***. Hasil penelitian menunjukkan bahwa diperoleh nilai kuadrat jarak berdasarkan Persamaan (14).

$$M^2 = trace\begin{bmatrix} 0.08296 & -0.0777 \\ -0.0777 & 0.27997 \end{bmatrix} = 0.36293$$

Berdasarkan nilai kuadrat jarak yang diperoleh, maka dapat dicari ukuran kesesuaian (R^2) data untuk rotasi quartimax berdasarkan Persamaan (17), diberikan sebagai berikut.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{0{,}36293}{0{,}242162 + 0{,}868192}\right) = 0{,}67314$$

c) Rotasi Equamax

Seperti yang telah dijelaskan pada sub bagian sebelumnya, untuk kasus dengan (2) dua faktor terbentuk, maka melakukan rotasi dengan menggunakan metode equamax akan memberikan hasil yang sama dengan rotasi dengan menggunakan varimax. Hal ini dikarenakan keduanya memiliki nilai $\gamma = 1$.

Selanjutnya, dengan melakukan analisis serupa dengan Data I, dilakukan analisis pada masing-masing Data II dan Data III. Tabel 3 berikut menunjukkan ringkasan nilai kuadrat jarak untuk masing-masing Data I, II, dan III dengan menggunakan teknik rotasi varimax, quartimax, dan equamax.

Tabel 3 – Nilai Kuadrat Jarak

Data	Nilai Kuadrat Jarak (M^2)		
	Varimax	Quartimax	Equamax
Data I	**0,28538**	0,36293	**0,28538**
Data II	0,96934	**0,92782**	0,98317
Data III	**0,31299**	0,47377	0,51399

Dalam memperhatikan kedekatan atau kemiripan data asal dengan data hasil rotasi, maka dicari nilai ukuran kesesuaian dat, seperti yang tertera pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4 – Nilai Ukuran Kesesuain Data

Data	Ukuran Kesesuaian Data (R^2)		
	Varimax	Quartimax	Equamax
Data I	**0,74298**	0,67314	**0,74298**
Data II	0,57257	**0,59087**	0,56646
Data III	**0,89413**	0,83975	0,82617

5. Penutup

Berdasarkan analisis pada Data I, II, dan III yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa teknik rotasi yang tepat digunakan pada analisis faktor guna menghasilkan interpretasi yang paling baik berdasarkan nilai kuadrat jarak dan ukuran kesesuaian, yaitu menggunakan metode varimax dan equamax pada Data I, menggunakan metode quartimax pada Data II, dan menggunakan metode varimax pada Data III. Hasil yang sama diperoleh dengan memperhatikan persentase kedekatan paling besar antara data asal dengan hasil rotasi. Tulisan ini dibatasi untuk jenis data yang diperoleh melalui kuisioner. Pada penelitian selanjutnya, dapat digunakan jenis data dan teknik rotasi lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Anasari. (2012). Penerapan Analisis Procrustes pada Grafik Hasil Analisis Korespondensi Hubungan Lama Studi, IPK, dan Lama Skripsi Alumni Matematika FMIPA Unsri Angkatan 2002. *Jurnal Penelitian Sains, Vol. 5, No. 1, Januari 2002, Hal.11-14.*

Hair, J. F. dan Anderson, R. E. (1998). *Multivariate Data Analysis*. New Jersey: Printice Hall.

Hardika, J. (2013). Penerapan Analisis Komponen Utama dalam Penentuan Faktor Dominan yang

Mempengaruhi Prestasi Belajar Siswa SMAN 1 Medan. *Jurnal Saintia Matematika, Vol. 1, No. 6, Oktober 2013, Hal.507-516.*

Harman, H. H. (1976). *Modern Factor Anaysis*. Chicago: The University Of Chicago Press.

Herawati, D. (1997). Penggunaan Analisis Procrustes untuk Mengukur Kehilangan Informasi Akibat Reduksi Dimensi dengan Analisis Gradien Langsung. *Tesis*. Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Johnson, R. A. dan Wichern, D. W. (2002). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. New Jersey: Prentice Hall.

Kaiser, H. F. (1958). The Varimax Criterion For Analytic Rotation in Factor Analysis, *Psychometrika, Vol. 23, No. 3, September 1958, pp.187-200.*

Komalasari, D. (2015). Rotasi Varimax dan Median Hirarki Cluster pada Program Raskin di Kabupaten Lombok Barat. *Jurnal Matematika, Vol. 5, No. 2, Juni 2015, Hal.45-56.*

Lestari, L. W. (2012). Analisis Faktor Indikator yang Mempengaruhi Prestasi Belajar Siswa SMAN 2 Mataram. *Skripsi*. Universitas Mataram, Mataram.

Maharani, B. (2015). Analisis Procrustes pada Indikator Pengembangan Manusia (IPM) di Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Tengah (Studi Kasus IPM Tahun 2008 dan 2013). *Jurnal Gussian, Vol. 4, No. 4, Tahun 2015, Hal.755-764.*

Mattjik, A.A. dan Sumertajaya, I. M. (2011). *Sidik Peubah Ganda*. Bogor: IPB PRESS.

Trendafilov, N. T. (1994). A Simple Method for Procrustean Rotation in Factor Analysis Using Majorization Theory, *Multivariate Behavioral Research, 29:4, 385-408.*

Nugroho, S. (2008). *Statistika Multivariat Terapan.* Bengkulu: UNIB PRESS.

Purwaningsih, A. (2003). Penentuan Rotasi yang Sesuai dalam Analisis Faktor dengan Analisis Procrustes. *BATAN*. Pusat Pengembangan Teknologi Informasi dan Komputasi Batan.

Putri, L. L. (2013). Penerapan Analisis Procrustes dalam Emergence Financial Distress pada Perusahaan Manufaktur di BEI. *Skripsi.* Universitas Negeri Padang, Padang.

Rahman, P. (2012) Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Tingkat Loyalitas Pengguna Provider XL AXIATA di Mataram dengan Pendekatan Structural Equation Modeling. *Skripsi*. Universitas Mataram, Mataram.

Rencher, A. C. (2002). *Methods of Multivariate Analysis.* New York: John Wiley and Sons.

Supranto, J. (2004). *Proposal Penelitian dengan Contoh*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Supranto, J. (2010). *Statistika*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Suryanto. (1988). *Metode Statistika Multivariat*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.

Wiratmanto. (2014). Analisis Faktor dan Penerapannya dalam Mengidentifikasi Faktor-Fakor yang Mempengaruhi Kepuasan Konsumen Terhadap Penjualan Media Pembelajaran. *Skripsi*. Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.