



Penerapan Pusat Dan Pusat Berat Graf Dalam Penentuan Lokasi Strategis Pembangunan Fasilitas Umum Di Pulau Lombok

(Application of Centers and Centroid of Graphs in Determining the Strategic Location of Public Facilities Development on Lombok Island)

Nandha Waldana Lata^a, Zata Yumni Awanis^b, Qurratul Aini^{c*}

- a. Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia. Email: nandhawaldana2425@gmail.com
b. Pusat Riset Komputasi, Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN), Indonesia. Email: zata.yumni.awanis@brin.go.id
c. Program Studi Matematika, Universitas Mataram, Indonesia. Email: qurratulaini.aini@unram.ac.id

ABSTRACT

Determining a strategic location in a region can be done using the Center and Centroid of a graph. This involves transforming a region's map into a graph form, then identifying the center and centroid of the graph. The determination of the centroid is done by identifying the minimum spanning tree of the graph using Kruskal's and Prim's algorithms. In this study, strategic location determination was carried out to find suitable places for constructing public facilities such as hospitals, schools, and others on Lombok Island. The results showed that Lenek, Pringgasela, and Suralaga Districts are the most strategic areas in Lombok Timur Regency for building public facilities. For other regencies, namely Lombok Tengah, Lombok Barat, Lombok Utara, and the city of Mataram, one strategic location was found in each, specifically in Praya District, Kediri District, Gangga District, and Selaparang District, respectively

Keywords: Strategic locations, Center of graph, Centroid of graph.

ABSTRAK

Penentuan lokasi strategis pada suatu wilayah dapat dilakukan menggunakan Pusat dan Pusat Berat graf, dengan mengubah peta suatu wilayah menjadi bentuk graf, kemudian menentukan pusat dan pusat berat graf tersebut, dimana penentuan pusat berat graf dengan menentukan pohon merentang minimum dari graf menggunakan Algoritma Kruskal dan Prim. Dalam penelitian ini, dilakukan penentuan lokasi strategis untuk tempat membangun sarana umum seperti rumah sakit, sekolah atau lain-lain di Pulau Lombok. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa Kecamatan Lenek, Pringgasela, dan Suralaga adalah daerah paling strategis di Kabupaten Lombok Timur untuk ditempati membangun sarana kepentingan umum. Kabupaten lainnya yaitu Lombok Tengah, Lombok Barat, Lombok Utara, dan Kota Mataram masing-masing diperoleh satu lokasi strategis yaitu pada Kecamatan Praya, Kecamatan Kediri, Kecamatan Gangga, dan Kecamatan Selaparang.

Keywords: Lokasi strategis, Pusat graf, Pusat berat graf.

Diterima: 15-04-2024;

Disetujui: 30-04-2024;

Doi: <https://doi.org/10.29303/semeton.v1i1.225>

* Corresponding author
e-mail: qurratulaini.aini@unram.ac.id



1. Pendahuluan

Penentuan lokasi strategis pada suatu wilayah sangat penting dilakukan sebagai acuan dalam melakukan pembangunan pada wilayah tersebut. Pada penentuan lokasi strategis terdapat beberapa metode yang dapat digunakan, dua diantaranya yaitu pusat graf, dan pusat berat graf. Pusat graf adalah titik yang paling representatif ditinjau dari segi jarak antara dua titik [3]. Adapun pusat graf dihitung dengan mencari nilai eksentrisitas dari setiap titik yang ada pada graf terkait, dimana Eksentrisitas dari suatu titik adalah nilai maksimum dari himpunan jarak antara titik tersebut dengan titik lainnya dalam graf. Sedangkan pusat berat adalah himpunan titik berat dari suatu graf pohon yang merupakan titik paling representatif ditinjau dari segi ukuran percabangan suatu titik [3]. Pusat berat dapat ditentukan dengan menentukan pohon merentang minimum dari graf terkait terlebih dahulu.

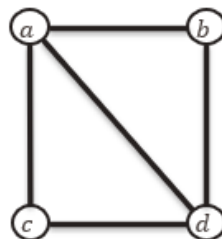
Oleh karena itu, pusat dan pusat berat adalah titik yang dapat dinyatakan sebagai lokasi strategis suatu wilayah. Pusat dan pusat berat graf sendiri juga sering kali digunakan dalam analisis jaringan dan perencanaan infrastruktur, karena dapat memberikan informasi penting tentang graf tersebut [5].

1.1. Teori graf

Graf adalah salah satu topik dalam sains yang lebih condong ke dalam bidang terapan, karena tak sedikit graf digunakan dalam pemodelan dalam matematika. Berikut diberikan definisi dari graf.

Definisi 1. [1]

Graf merupakan struktur diskrit yang terdiri atas dua himpunan, yakni himpunan titik (*vertex*) dan himpunan sisi (*edge*), dinotasikan $G = (V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ merupakan himpunan tak kosong dari titik-titik di G dan $E(G)$ merupakan himpunan sisi-sisi yang menghubungkan sepasang titik di G , sebuah sisi biasa dinotasikan dengan $e = uv$, atau dengan kata lain $E(G) = \{uv : u, v \in V(G)\}$.

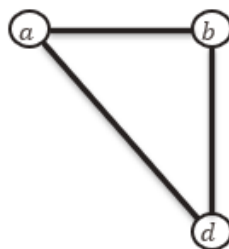


Gambar 1.1 Graf G

Dari Gambar 1.1 dapat dilihat $G = (V(G), E(G))$, dengan $V(G) = \{a, b, c, d\}$ dan $E(G) = \{ab, ac, ad, bd, cd\}$.

Definisi 2. [2]

Sebuah graf H disebut sebagai **subgraf** dari graf G , ditulis $H \subseteq G$, jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$, sehingga graf H pada Gambar 1.2 adalah subgraf dari graf G pada Gambar 1.1, karena $V(H) = \{a, b, d\}$ dan $E(H) = \{ab, ad, bd\}$ sehingga $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$.



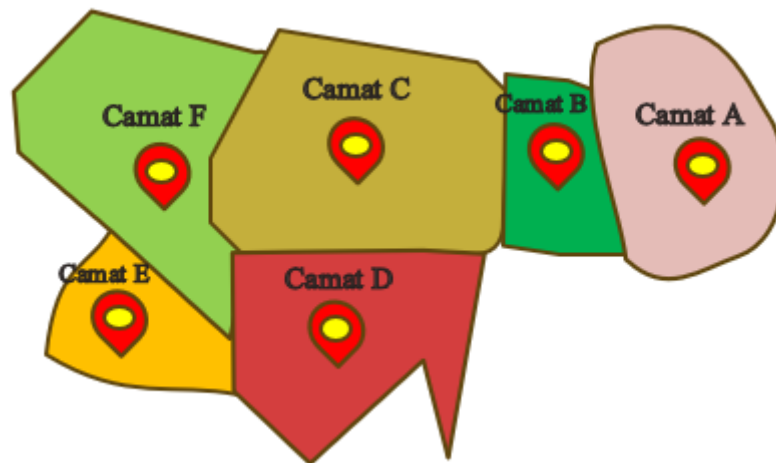
Gambar 1.2 Graf H

Definisi 3. [2]

Jumlah titik di suatu graf G disebut **orde** dari G , sedangkan banyaknya sisi di G adalah **ukuran** dari G .

1.2. Pemetaan wilayah

Untuk menentukan pusat dan pusat berat graf dari suatu daerah, terlebih dahulu merepresentasikan daerah tersebut ke dalam bentuk graf dengan menggunakan pemetaan wilayah. Pemetaan wilayah adalah pengelompokkan suatu kumpulan wilayah yang berkaitan dengan beberapa letak geografis wilayah. Pemetaan wilayah juga dapat dilakukan berdasarkan batas administrasi, baik tingkat kecamatan, kabupaten, ataupun lainnya.

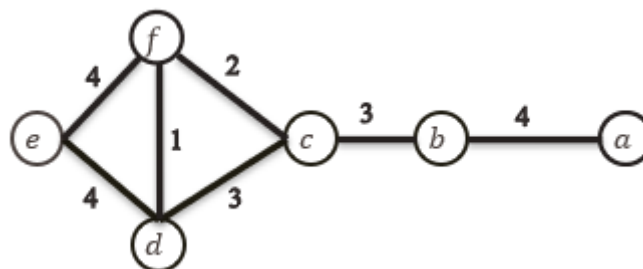


Gambar 1.3 Contoh Pemetaan Wilayah Berdasarkan Kecamatan

Peta wilayah pada Gambar 1.3 akan direpresentasikan dalam bentuk graf dengan menjadikan kantor camat setiap kecamatan sebagai titik, dua kecamatan dikatakan bertetangga apabila berbatasan secara langsung dan terdapat jalan yang menghubungkannya, dan jarak antara kantor camat yang bertetangga diasumsikan sebagai bobot sisi. Sehingga diperoleh:

- titik a = Kantor Camat A
- titik b = Kantor Camat B
- titik c = Kantor Camat C
- titik d = Kantor Camat D
- titik e = Kantor Camat E
- titik f = Kantor Camat F

Representasi graf yang dihasilkan dari Gambar 1.3 adalah sebagai berikut.



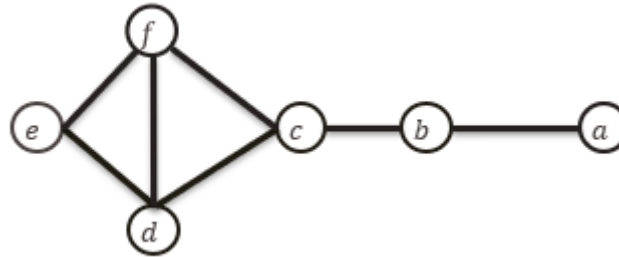
Gambar 1.4 Contoh Representasi Graf Wilayah Kecamatan

1.3. Pusat graf

Penentuan pusat suatu graf dilakukan dengan cara menghitung nilai eksentrisitas setiap titik dari graf tersebut terlebih dahulu, untuk lebih memahami pusat graf diberikan beberapa definisi berikut.

Definisi 4. [2]

Misalkan titik u dan v dalam suatu graf G , **jarak** antara titik u ke titik v dinotasikan dengan $d(u, v)$ adalah panjang lintasan terpendek yang menghubungkan titik u ke titik v di G .



Gambar 1.5 Graf G_4

Pada Gambarn 1.5, jarak antara titik a dan titik d adalah $d(a, d) = 3$.

Definisi 5. [2]

Eksentrisitas dari suatu titik v dalam graf terhubung G , dinotasikan dengan $e(v)$, adalah maksimal jarak antara v dengan titik-titik lainnya dalam G . Pada Gambarn 1.5, nilai eksentrisitas setiap titiknya adalah.

$$\begin{aligned} e(a) &= \text{maks} \{d(a, b), d(a, c), d(a, d), d(a, e), d(a, f)\} \\ &= \text{maks} \{1, 2, 3, 4, 3\} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama, diperoleh $e(b) = 3$, $e(c) = 2$, $e(d) = 3$, $e(e) = 4$, dan $e(f) = 3$.

Definisi 6. [2]

Eksentrisitas minimum di antara titik-titik di G adalah **radius** dari G , dinotasikan dengan $rad(G)$, sedangkan eksentrisitas maksimum di antara titik-titik di G adalah **diameter** dari G , dinotasikan dengan $diam(G)$.

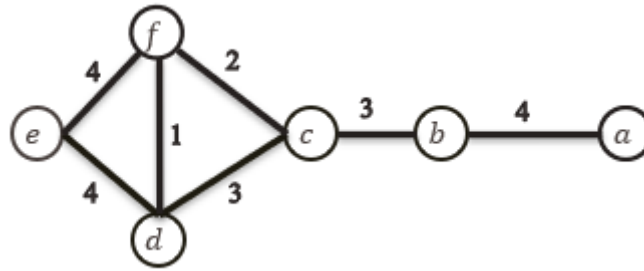
Definisi 7. [2]

Sebuah titik v di G adalah titik **pusat** jika $e(v) = rad(G)$. Pada Gambar 1.5 pusat graf G_4 adalah titik c .

1.4. Pusat berat graf

Definisi 8. [2]

Misalkan suatu sisi $e = uv$ dari graf terhubung G , e disebut **jembatan** dari G jika $G - e$ tidak terhubung, dimana $G - e$ merupakan graf G yang dihasilkan dengan menghilangkan sisi e .



Gambar 1.6 Graf G_5

Pada Gambar 1.6 sisi bc merupakan jembatan, karena jika sisi bc dihilangkan maka menyebabkan G_5 tidak terhubung. Sedangkan sisi cf bukan merupakan jembatan karena jika sisi tersebut dihilangkan, G_5 tetap terhubung.

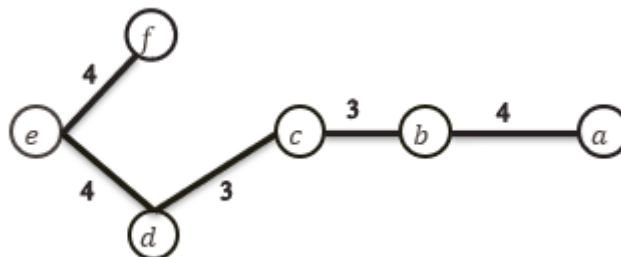
Definisi 9. [2]

Subgraf H dari graf terhubung G adalah **subgraf merentang** dari G jika H berisi setiap titik dari G , dengan kata lain $V(H) = V(G)$.

Perhatikan graf G_5 pada Gambar 1.6, misalkan $H = G_5 - cd$, maka H merupakan subgraf merentang dari G_5 .

Definisi 10. [2]

Pohon adalah sebuah graf terhubung dimana setiap sisinya merupakan jembatan.



Gambar 1.7 Pohon

Graf terhubung pada Gambar 1.7 merupakan pohon karena tidak terdapat lingkaran atau setiap sisinya merupakan jembatan.

Definisi 11. [2]

Subgraf merentang H dari graf terhubung G sedemikian sehingga H adalah pohon disebut **pohon merentang** dari G .

Pohon pada Gambar 1.7 merupakan subgraf merentang dari G_5 pada Gambar 1.6, sehingga pohon tersebut merupakan pohon merentang dari G_5 .

Definisi 12. [2]

Misalkan G graf berbobot. **Bobot** graf G adalah jumlah bobot sisi-sisinya, yaitu

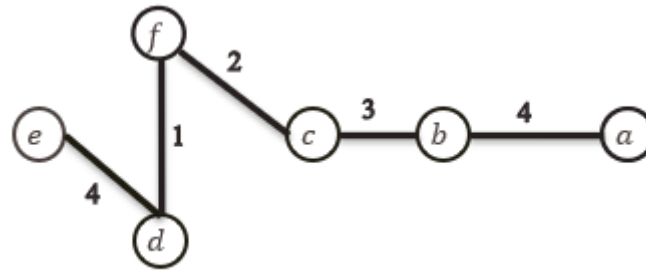
$$W(G) = \sum w(e),$$

dimana $e \in E(G)$.

Bobot pohon pada Gambar 1.7 adalah 18

Definisi 13. [2]

Pohon merentang minimum adalah pohon merentang dari suatu graf G yang bobotnya adalah minimum.



Gambar 1.8 Pohon Merentang Minimum

Pohon pada Gambar 1.8 merupakan pohon merentang minimum dari G_5 pada Gambar 1.6 karena bobotnya adalah minimum, yaitu 14. Berbeda dengan pohon pada Gambar 1.7 yang memiliki bobot lebih besar yaitu 18.

Ada beberapa algoritma yang dapat digunakan dalam pencarian pohon merentang minimum dari suatu graf, dua diantaranya adalah Algoritma Kruskal dan Algoritma Prim.

Algoritma Kruskal [2]

Untuk graf berbobot terhubung G , pohon merentang minimum T dari G dibangun sebagai berikut:

- Untuk sisi pertama e_1 dari T , dipilih sisi dari G dengan bobot minimum sebagai sisi pertama e_1 dari T .
- Untuk sisi kedua e_2 dari T , dipilih sisi dari G yang tersisa dengan bobot minimum yang tidak menghasilkan lingkaran dengan sisi yang dipilih sebelumnya.
- Ulangi langkah b sampai pohon merentang dihasilkan.

Algoritma Prim [2]

Berbeda dengan algoritma kruskal yang berorientasi pada sisi, dalam pencarian pohon merentang minimum dari sebuah graf, algoritma prim berorientasi pada titik. Untuk graf berbobot terhubung G , sebuah pohon merentang T dari G dibangun sebagai berikut:

- Untuk sembarang titik u di G , dipilih sisi yang bersisian dengan u yang memiliki bobot minimum sebagai sisi pertama e_1 dari T .
- Selanjutnya sisi-sisi e_2, e_3, \dots, e_{n-1} , dipilih sisi dengan bobot minimum di antara sisi-sisi tersebut yang bersisian dengan titik yang telah dipilih sebelumnya.

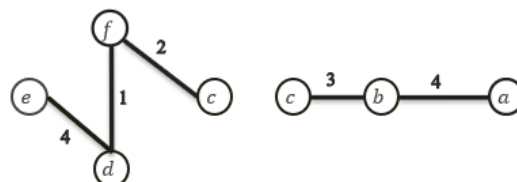
Definisi 14. [4]

Suatu titik u pada pohon T dikatakan **titik ujung** jika $\deg(u) = 1$.

Definisi 15. [4]

Cabang pada suatu titik u dalam pohon T adalah subgraf pohon T dengan ukuran maksimal yang mengandung titik u sebagai titik ujung.

Perhatikan pohon pada Gambar 1.8, cabang dari titik c pada pohon tersebut ada 2, dapat dilihat pada Gambar 1.9 berikut.



Gambar 1.9 Cabang

Definisi 16. [4]

Berat suatu titik u pada sebuah pohon adalah nilai maksimum dari ukuran setiap cabang dari titik u , dinotasikan dengan $\omega(u)$.

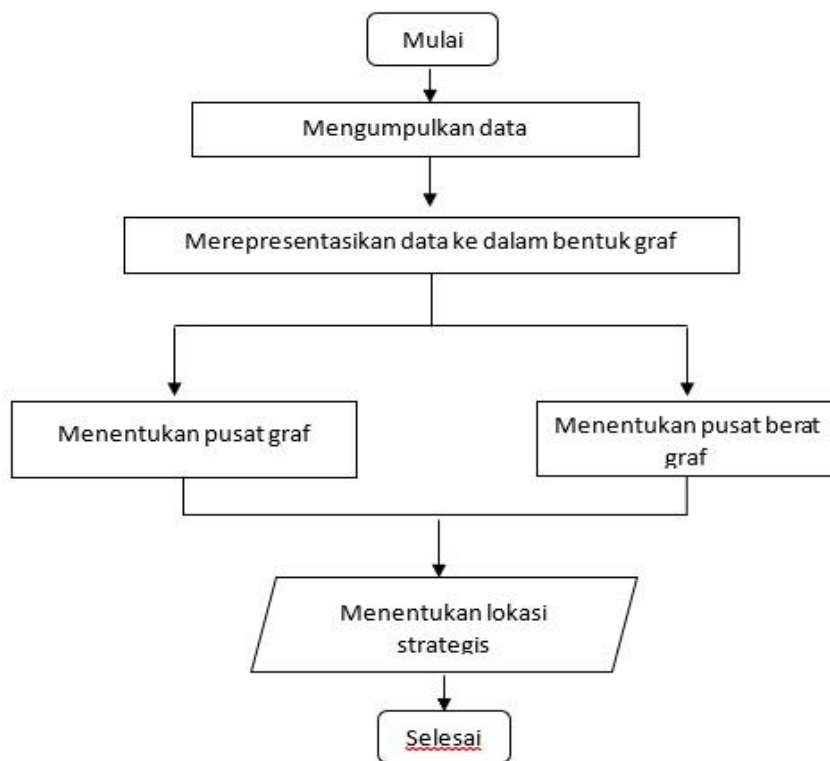
Perhatikan pohon pada Gambar 1.8, berat titik $a = 5$, titik $b = 4$, titik $c = f = 3$, dan seterusnya.

Definisi 17. [4]

Titik berat pada suatu pohon adalah titik dengan berat minimum. **Pusat berat** adalah himpunan titik berat dari suatu pohon.

2. Metode

Penelitian ini merupakan pengembangan dari aplikasi teori graf. Dalam hal ini, pusat dan pusat berat graf digunakan untuk menentukan Lokasi strategis untuk Pembangunan fasilitas umum. Graf yang dimaksud di sini adalah graf yang terhubung. Studi kasus pada penelitian ini yaitu di masing-masing kabupaten/kota yang ada di Pulau Lombok. Sehingga dalam melakukan penelitian ini, data kecamatan dari setiap kabupaten di Pulau Lombok harus dikumpulkan terlebih dahulu. Kemudian, dengan menggunakan konsep graf, peta suatu wilayah dimodelkan ke dalam bentuk graf. Selanjutnya, dari graf tersebut dilakukan analisa penentuan Lokasi strategis dengan menentukan pusat dan pusat berat dari graf tersebut. Penentuan pohon merentang minimum pada penentuan pusat berat graf dilakukan dengan menggunakan dua algoritma, yaitu Kruskal dan Prim, dengan tujuan memungkinkan terdapat Lokasi strategis yang bervariasi (opsional). Diagram alur dari penelitian ini ditunjukkan pada Gambar 2.1 berikut.



Gambar 2.1 Diagram alir penelitian

Menentukan lokasi strategis setiap kabupaten/kota dengan menentukan titik yang paling representatif dari himpunan pusat dan pusat berat graf, sehingga penentuan lokasi strategis dilakukan dengan menentukan irisan dari himpunan pusat dan pusat berat graf. Mengingat bahwa pada suatu graf G , dimana titik $u, v \in V(G)$, dengan u merupakan sembarang elemen dari himpunan pusat graf G dan v merupakan sembarang elemen dari himpunan pusat berat graf G , sedemikian sehingga u dan v merupakan irisan dari himpunan pusat dan pusat berat, maka jarak u dan v pada graf G adalah minimum, yaitu $d(u, v) = 0$. Jadi, apabila tidak terdapat irisan antara pusat dan pusat berat graf, penentuan lokasi strategis dilakukan dengan menentukan sembarang titik dari pusat graf yang memiliki jarak minimum dengan sembarang titik pada pusat berat graf.

3. Hasil dan Pembahasan

Penentuan lokasi strategis dilakukan pada setiap kabupaten/kota yang ada di Pulau Lombok, yaitu Lombok Timur, Lombok Barat, Lombok Tengah, Lombok Utara, dan Kota Mataram

3.1 Lombok Timur

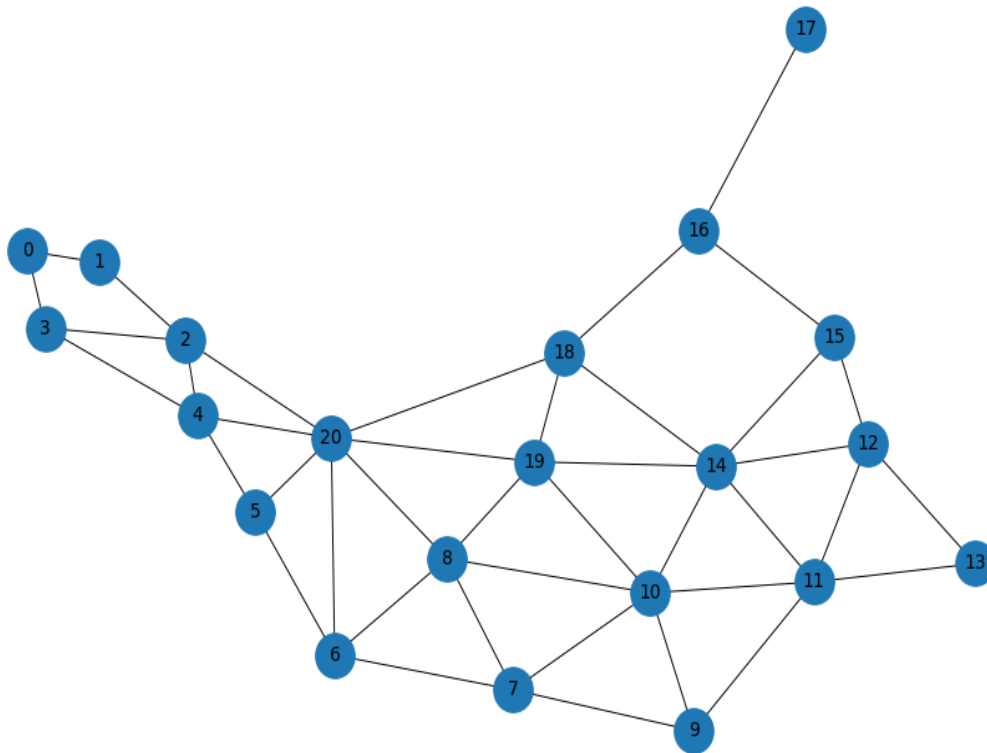
Kabupaten Lombok Timur merupakan salah satu kabupaten yang ada di Pulau Lombok yang terdiri dari 21 kecamatan. Pemetaan Kabupaten Lombok Timur dapat dilihat pada Gambar 3.1 berikut.



Gambar 3.1 Pemetaan Wilayah Kabupaten Lombok Timur

Titik 0 = Kantor Kecamatan Sembalun	Titik 11 = Kantor Kecamatan Sikur
Titik 1 = Kantor Kecamatan Sambelia	Titik 12 = Kantor Kecamatan Terara
Titik 2 = Kantor Kecamatan Pringgabaya	Titik 13 = Kantor Kecamatan Montong Gading
Titik 3 = Kantor Kecamatan Suela	Titik 14 = Kantor Kecamatan Sakra
Titik 4 = Kantor Kecamatan Wanasaba	Titik 15 = Kantor Kecamatan Sakra Barat
Titik 5 = Kantor Kecamatan Aikmel	Titik 16 = Kantor Kecamatan Keruak
Titik 6 = Kantor Kecamatan Lenek	Titik 17 = Kantor Kecamatan Jerowaru
Titik 7 = Kantor Kecamatan Pringgasele	Titik 18 = Kantor Kecamatan Sakra Timur
Titik 8 = Kantor Kecamatan Suralaga	Titik 19 = Kantor Kecamatan Selong
Titik 9 = Kantor Kecamatan Masbagik	Titik 20 = Kantor Kecamatan Labuhan haji
Titik 10 = Kantor Kecamatan Sukamulia	

Mengingat dua titik dikatakan bertetangga apabila memuat dua syarat yaitu titik-titik tersebut mempresentasikan wilayah kecamatan yang berbatasan langsung dan terdapat jalan yang menghubungkannya secara langsung (tanpa melewati kecamatan lainnya), maka terdapat kemungkinan sembarang dua wilayah yang berbatasan secara langsung namun tidak bertetangga dikarenakan tidak terdapat jalan yang menghubungkan dua wilayah tersebut secara langsung. Contohnya pada Gambar 3.1, Kecamatan Sembalun berbatasan secara langsung dengan Kecamatan Pringgasele, Lenek, dan Aikmel, namun tidak bertetangga dikarenakan tidak terdapat jalan yang menghubungkan Kecamatan Sembalun dengan 3 kecamatan tersebut secara langsung, maka representasi graf yang dihasilkan dari pemetaan Kabupaten Lombok Timur adalah pada Gambar 3.2 berikut.



Gambar 3.2 Graf Representasi Kabupaten Lombok Timur

3.1.1 Pusat graf

Dalam menentukan pusat graf diperlukan nilai eksentrisitas setiap titik, adapun eksentrisitas setiap titik dari graf Kabupaten Lombok Timur adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 e(0) &= \text{maks} \{d(0, 1), d(0, 2), d(0, 3), d(0, 4), \dots, d(0, 20)\} \\
 &= \text{maks} \{1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 6, 5, 6, 6, 7, 5, 6, 5, 6, 4, 4, 3\} \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

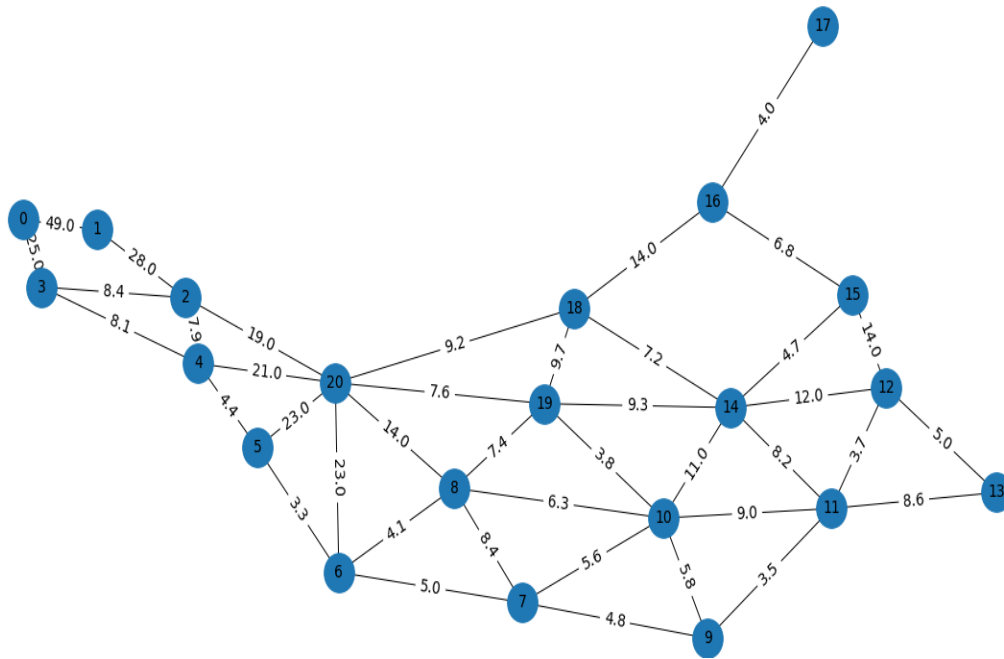
Dengan cara yang sama diperoleh nilai eksentrisitas setiap titik graf pada Gambar 3.2 sebagai berikut.

$e(0) = 7$	$e(7) = 5$	$e(14) = 5$
$e(1) = 6$	$e(8) = 4$	$e(15) = 6$
$e(2) = 5$	$e(9) = 6$	$e(16) = 5$
$e(3) = 6$	$e(10) = 5$	$e(17) = 6$
$e(4) = 5$	$e(11) = 6$	$e(18) = 4$
$e(5) = 5$	$e(12) = 6$	$e(19) = 4$
$e(6) = 4$	$e(13) = 7$	$e(20) = 4$

Berdasarkan eksentrisitas titik-titik graf pada Gambar 3.2, diperoleh eksentrisitas minimum berada pada titik 6, 8, 18, 19, dan 20 yang masing-masing memiliki nilai eksentrisitas 4, sehingga pusat grafnya adalah himpunan yang terdiri dari 5 titik yaitu $\{6, 8, 18, 19, 20\}$.

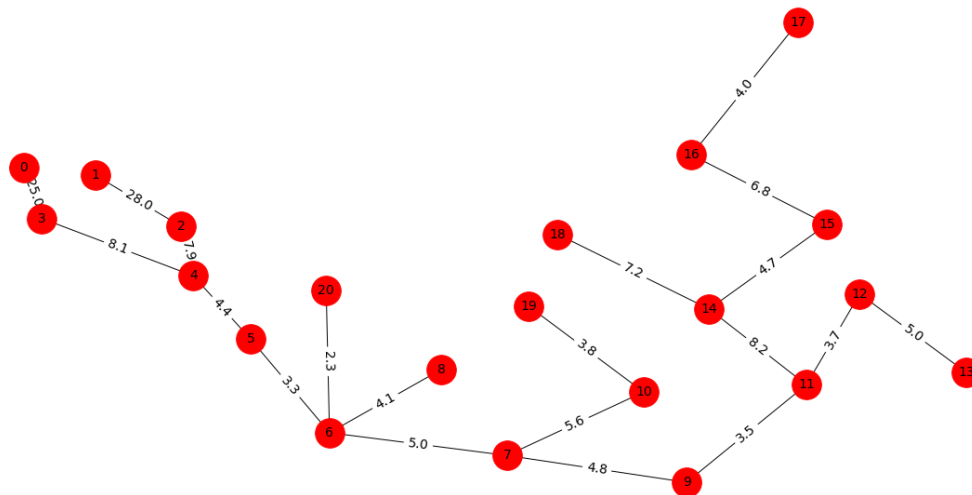
3.1.1 Pusat berat graf

Selanjutnya, dicari pohon merentang minimum dari graf pada Gambar 3.2 menggunakan Algoritma Kruskal dan Prim. Dalam penentuan pohon merentang minimum, diperlukan bobot sisi dari graf yang merupakan jarak penghubung setiap kecamatan yang bertetangga pada graf representasi Kabupaten Lombok Timur, adapun bobot setiap sisi dari graf representasi Kabupaten Lombok Timur disajikan pada Gambar 3.3 berikut.



Gambar 3.3 Graf Berbobot Representasi Kabupaten Lombok Timur

Pohon merentang minimum yang dihasilkan dari kedua algoritma tersebut adalah sama, yaitu pada Gambar 3.4 berikut.



Gambar 3.4 Pohon Merentang Minimum Graf Representasi Kabupaten Lombok Timur

Selanjutnya akan dicari titik yang menjadi pusat berat dari pohon merentang tersebut. Caranya yaitu dengan menentukan lebih dulu berat setiap titiknya. Mengingat bahwa berat suatu titik u pada sebuah pohon adalah nilai maksimum dari ukuran setiap cabang dari titik u , sehingga berat titik 3 dari pohon pada Gambar 3.4 adalah nilai maksimal dari ukuran setiap cabang pada titik 3, dimana, titik 3 terdiri dari dua cabang yaitu dengan ukuran 1 dan 19. Maka berat titik 3 adalah

$$\begin{aligned} w(3) &= \text{maks} \{1, 19\} \\ &= 19 \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama diperoleh berat setiap titik dari pohon pada Gambar 3.4 adalah

$w(0) = 20$	$w(7) = 9$	$w(14) = 16$
$w(1) = 20$	$w(8) = 20$	$w(15) = 18$
$w(2) = 19$	$w(9) = 12$	$w(16) = 19$
$w(3) = 19$	$w(10) = 19$	$w(17) = 20$
$w(4) = 16$	$w(11) = 13$	$w(18) = 20$
$w(5) = 15$	$w(12) = 19$	$w(19) = 20$
$w(6) = 12$	$w(13) = 20$	$w(20) = 20$

Dari bobot-bobot setiap titik pohon dipilih titik yang berbobot minimum yaitu titik 7. Jadi titik 7 merupakan pusat berat dari pohon pada Gambar 3.4. Sehingga pusat berat pohon adalah himpunan yang terdiri atas satu titik yaitu {7}.

Dari pembahasan tentang pusat diperoleh pusat graf yaitu {6, 8, 18, 19, 20} dan pusat berat graf yaitu {7}. Di sini dapat dilihat bahwa tidak terdapat titik yang berurutan antara pusat graf dan pusat berat pohon. Jadi titik yang paling representatif pada graf tersebut adalah titik pada pusat graf yang memiliki jarak minimum dengan titik pada pusat berat graf, sehingga didapatkan 3 titik yang menjadi lokasi strategis, yaitu titik 6, 7 dan 8, dimana $d(6, 7) = d(8, 7) = 1$. Titik 6 menyatakan Kecamatan Lenek, titik 7 menyatakan Kecamatan Pringgasele, dan titik 8 menyatakan Kecamatan Suralaga. Jadi apabila BSI membangun kantor cabang di Kabupaten Lombok Timur, sebaiknya ditempatkan di Kecamatan Lenek, Pringgasele, atau Suralaga. Letak tiga kecamatan tersebut dapat dilihat pada Peta kabupaten Lombok Timur pada Gambar 3.1.

3.2 Kabupaten lainnya

Dengan cara yang sama diperoleh lokasi strategis dari setiap kabupaten/kota di pulau Lombok adalah.

Tabel 1. Lokasi Strategis di Pulau Lombok

Kabupaten/Kota	Pusat Graf	Pusat Berat Graf	Titik strategis
Lombok Tengah	{5}	{5}	Titik 5 (Kecamatan Praya)
Lombok Barat	{3, 4, 5}	{5}	Titik 5 (Kecamatan Kediri)
Lombok Utara	{2}	{2}	Titik 2 (Kecamatan Gangga)
Mataram	{0, 2, 3, 4}	{2}	Titik 2 (Kecamatan Selaparang)

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Adiwijaya. (2016). Matematika Diskrit dan Aplikasinya. Bandung: Alfabeta.
- [2] Chartrand, G., & Zhang, P. (2006). Introduction to Graph Theory. New York: McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- [3] Hafsa, S., Hasmawati, & Erawaty, N. (2022). Penentuan Lokasi Strategis untuk Membangun Rumah Sakit di Wilayah Kabupaten Berau Menggunakan Pusat dan Pusat berat. Basis Jurnal ilmiah Matematika, 61-69.
- [4] Harary, F. (1994). Graph Theory. Canada: Addison-Wesley Publishing Company.
- [5] Wilson, R. J. (2010). Introduction to Graph Theory. England: Pearson Education Limited.