Volume. 2 No 2 Oktober (2025)
e-ISSN: 3062-7737
p-ISSN: 3063-2137

Semeton Mathematics Journal

Homepage jurnal: http://eigen.unram.ac.id/semeton

Optimisasi Linear dan Kuadratik: Tinjauan Literatur

(*Linear and Quadratic Optimization: A Literature Review*)

Syamsuddin Mas'ud[1]*

[1.] Program Studi Matematika, Universitas Negeri Makassar, Indonesia.

ABSTRACT

Convex Optimization plays a crucial role in various scientific and industrial applications, such as economics, engineering, and computer science, with a primary focus on linear and quadratic optimization. This study examines the characteristics and comparison between linear and quadratic optimization, two main subclasses of convex optimization. Linear optimization (LP) is characterized by a linear objective function and linear constraints, where classical methods such as Simplex and Interior-Point are used for efficient solutions. In contrast, quadratic optimization (QP) involves a convex quadratic objective function with linear constraints, requiring more complex methods such as Karush-Kuhn-Tucker (KKT) factorization, Schur-Complement, Null-Space, Active-Set, and Interior-Point for solving. This paper summarizes various solution methods for both types of optimizations and compares their strengths and limitations. The key findings indicate that linear optimization is simpler and more efficient, while quadratic optimization offers greater flexibility in modeling problems with more complex structures. The study concludes that a deep understanding of both approaches is essential for the development of more efficient and applicable convex optimization algorithms.

Keywords: Convex Optimization; Linear Optimization; Quadratic Optimization

ABSTRAK

Optimisasi konveks memainkan peran penting dalam berbagai aplikasi ilmiah dan industri, seperti ekonomi, teknik, dan ilmu komputer, dengan fokus utama pada optimisasi linear dan kuadratik. Penelitian ini mengkaji karakteristik dan perbandingan antara optimisasi linear dan kuadratik, dua sub-kelas utama dalam optimisasi konveks. Masalah optimisasi linear (LP) dicirikan oleh fungsi objektif dan kendala linear, di mana metode klasik seperti Simplex dan *Interior-Point* digunakan untuk penyelesaian yang efisien. Sebaliknya, optimisasi kuadratik (QP) melibatkan fungsi objektif kuadratik konveks dengan kendala linear, memerlukan metode yang lebih kompleks seperti faktorisasi Karush-Kuhn-Tucker (KKT), Schur-*Complement*, *Null-Space*, *Active-Set*, dan *Interior-Point* untuk penyelesaian. Artikel ini merangkum berbagai metode penyelesaian untuk kedua jenis optimisasi tersebut dan membandingkan keunggulan serta keterbatasannya. Temuan utama menunjukkan bahwa optimisasi linear lebih sederhana dan efisien, sementara optimisasi kuadratik memberikan fleksibilitas lebih dalam memodelkan permasalahan dengan struktur lebih kompleks. Penelitian ini menyimpulkan bahwa pemahaman mendalam tentang kedua pendekatan tersebut penting untuk pengembangan algoritma optimisasi konveks yang lebih efisien dan aplikatif.

Keywords: Optimisasi Konveks; Optimisasi Linear; Optimisasi Kuadratik

Diterima: 23-04-2025;
Disetujui: 17-04-2025;

Doi: https://doi.org/10.29303/semeton.v2i2.284

* Corresponding author
e-mail: syamsuddinm@unm.ac.id

1. Pendahuluan

Optimisasi merupakan cabang matematika yang memiliki peran krusial dalam berbagai bidang, termasuk ekonomi, teknik, dan ilmu komputer [1], [2]. Dalam berbagai aplikasi, optimisasi digunakan untuk menentukan solusi terbaik dalam suatu sistem yang memiliki kendala tertentu. Seiring dengan perkembangan teknologi dan kebutuhan industri, penelitian di bidang optimisasi semakin berkembang, khususnya dalam eksplorasi metode yang efisien dan solusi yang dapat diterapkan dalam skala besar. Salah satu cabang utama dalam optimisasi yang mendapatkan perhatian luas adalah optimisasi konveks. Cabang ini memiliki sifat khusus yang memungkinkan solusi unik dan metode penyelesaian yang lebih efisien dibandingkan dengan pendekatan optimisasi umum lainnya [3], [4], [5].

Optimisasi konveks memiliki banyak keunggulan, di antaranya kemudahan dalam analisis teoritis dan efisiensi dalam komputasi [5]. Hal ini menjadikan optimisasi konveks sebagai dasar dari berbagai algoritma modern yang digunakan dalam *machine learning*, ekonomi, serta bidang teknik. Salah satu aspek fundamental dalam optimisasi konveks adalah sifat fungsi konveks itu sendiri, yang menjamin bahwa setiap titik minimum lokal juga merupakan minimum global [2]. Dengan karakteristik ini, berbagai metode numerik dapat diterapkan secara efektif untuk mencari solusi optimal, sehingga menjadikan optimisasi konveks lebih dapat diandalkan dibandingkan dengan metode optimisasi non-konveks yang sering kali memiliki banyak solusi lokal [6].

Dua sub-kelas utama dalam optimisasi konveks yang sering menjadi fokus penelitian adalah optimisasi linear dan optimisasi kuadratik. Optimisasi linear merupakan salah satu bentuk paling sederhana dari optimisasi konveks, di mana fungsi objektif dan kendala berbentuk linear. Metode klasik seperti Simplex dan algoritma titik interior telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah optimisasi linear dengan efisiensi yang tinggi [2], [6]. Keunggulan utama optimisasi linear terletak pada kestabilannya serta penerapannya yang luas dalam berbagai bidang, seperti perencanaan produksi, manajemen rantai pasok, dan alokasi sumber daya [7], [2], [8].

Di sisi lain, optimisasi kuadratik memperluas konsep optimisasi linear dengan melibatkan fungsi objektif berbentuk kuadratik. Masalah optimisasi kuadratik sering muncul dalam berbagai aplikasi praktis, seperti pemodelan portofolio dalam keuangan, rekonstruksi citra dalam ilmu komputer, serta perancangan sistem kontrol dalam teknik [9], [10], [11]. Penyelesaian optimisasi kuadratik umumnya memanfaatkan metode yang lebih kompleks dibandingkan optimisasi linear, seperti metode titik interior yang disesuaikan untuk masalah kuadratik atau metode dekomposisi yang memungkinkan penyelesaian lebih efisien untuk skala besar [12], [13]. Lebih lanjut, perkembangan terkini dalam optimisasi kuadratik mencakup formulasi dalam kerangka fungsional abstrak, di mana solusi dari serangkaian masalah linear-kuadratik dikaji dalam konteks konvergensi menuju solusi limit. Pendekatan ini memungkinkan penerapan yang lebih luas, termasuk pada pengendalian optimal sistem yang digambarkan oleh persamaan diferensial parsial seperti persamaan panas dan Poisson [14].

Dalam artikel ini, akan dibahas keterkaitan antara optimisasi linear dan kuadratik dalam konteks optimisasi konveks, termasuk perbedaan mendasar dalam metode penyelesaian serta keunggulan dan keterbatasan masing-masing pendekatan. Selain itu, artikel ini juga akan mengulas berbagai aplikasi dari kedua metode tersebut dalam berbagai bidang ilmu dan industri, serta mengidentifikasi tantangan yang masih dihadapi dalam penelitian terkait. Dengan memberikan tinjauan literatur yang komprehensif, diharapkan artikel ini dapat memberikan wawasan yang lebih luas mengenai perkembangan dan peluang riset masa depan dalam bidang optimisasi konveks, khususnya dalam pengembangan metode yang lebih efisien dan aplikatif.

2. Metode

Penelitian ini menggunakan metode studi literatur untuk meninjau teori, algoritma, dan aplikasi dari optimisasi linear (LP) dan optimisasi kuadratik (QP). Data diperoleh dari berbagai sumber ilmiah, seperti buku maupun artikel dari berbagai jurnal ilmiah dengan bantuan *artificial intelligence*. Literatur yang relevan dipilih berdasarkan kesesuaian topik, kejelasan pembahasan matematis, serta kontribusinya terhadap pemahaman teori dan metode penyelesaian LP dan QP.

Analisis dilakukan secara kualitatif, dengan membandingkan pendekatan dan algoritma yang digunakan, serta menyoroti keunggulan dan keterbatasan. Semua referensi dikutip sesuai kaidah ilmiah, dan data daftar pustaka tersedia bagi pembaca yang memerlukan.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Optimisasi Linear

Masalah optimisasi linear (*Linear Programming*/LP) adalah jenis masalah optimisasi di mana fungsi tujuan dan seluruh kendala berbentuk linear. Bentuk umum perumusan masalah LP ini diberikan sebagai berikut [2]:

$$\text{minimalkan } c^T x$$

$$\text{dengan kendala } Ax \preccurlyeq b,$$

dimana $c, x,$ dan b adalah vektor-vektor yang sesuai dan matriks A adalah matriks koefisien. Adapun tanda $\preccurlyeq$ menyatakan suatu relasi tertentu yang sesuai dengan masalah yang akan diselesaikan. Jelas bahwa masalah LP ini termasuk dalam masalah optimisasi konveks.

Selama beberapa dekade, berbagai metode numerik telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah LP secara efisien dan akurat. Setiap metode memiliki pendekatan dan karakteristik tersendiri, baik dari sisi algoritmik, efisiensi komputasi, maupun penerapannya dalam skala kecil hingga besar.

Secara umum, dua pendekatan utama yang paling banyak digunakan dalam praktik adalah metode *Simplex* dan metode *Interior-Point*. Meskipun berbeda secara prinsip kerja, keduanya telah terbukti efektif dalam menyelesaikan beragam bentuk permasalahan LP.

Metode Simplex

Sejak diperkenalkan tahun 1947 melalui algoritma simpleks dan didukung oleh perkembangan komputasi digital, *linear programming* menjadi alat penting dalam perencanaan dan optimasi [15]. Berikut ini diberikan langkah-langkah dari metode simplex [16].

1) Ubah ke Bentuk Standar (Standard Form).

   $$\text{Maksimalkan } \zeta = \textstyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

   $$\text{Kendala (Batasan) } \textstyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1,2,3, \dots, m$$

   kemudian tambahkan variabel *slack* untuk mengubah kendala menjadi persamaan,

   $$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + w_i = b_i, i = 1,2,3, \dots, m.$$

   Untuk memudahkan penyimbolan, maka definisikan $x_{n+i} = w_i$. Dengan ini, semua variabel dapat dianggap sebagai variabel x.
2) Membuat Tabel Simplex Awal.
   Pada langkah ini, semua variabel termasuk variabel *slack* dimasukkan ke dalam tabel dan tetapkan variabel *slack* $(x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m})$ sebagai variabel dasar. Untuk nilai awal, maka semua variabel selain variabel dasar diberi nilai 0.
3) Pilih *Entering Variable*.
   Dipilih variabel dengan koefisien positif terbesar pada baris fungsi tujuan (baris ζ):

   $$k \in \{ j \in \mathbb{N} \mid \bar{c}_j > 0 \}.$$

   Jika tidak ada koefisien positif maka inilah solusi optimalnya.
4) Pilih *Leaving Variable*.
   Hitung rasio $\frac{\bar{b}_i}{\bar{a}_{ik}}$ untuk semua i dengan $\bar{a}_{ik} > 0$. Kemudian pilih baris dengan rasio terkecil sebagai variabel yang akan keluar dari basis.
5) Lakukan Pivoting (Operasi Baris Elementer).
   Ubah baris pivot (baris kunci) menjadi 1 (dengan membagi semua elemen baris dengan elemen pivot). Kemudian ubah baris lain sehingga elemen kolom pivot adalah 0, yaitu dengan rumus:

   Baris baru = Baris lama − (koefisien kolom pivot) × (baris pivot baru)

6) Ulangi langkah 3-5.
   Lanjutkan proses iterasi hingga semua koefisien di baris ζ (fungsi tujuan) tidak ada yang positif lagi. Disinilah solusi optimal yang dicari.

Sebagai catatan bahwa jika $\bar{a}_{ik} < 0$ maka solusinya tak terbatas. Tentu metode ini tetap bisa digunakan pada masalah optimisasi konveks, dalam arti masalah meminimumkan yaitu dengan mengubahnya menjadi masalah memaksimumkan (bentuk dual dari masalah optimisasi yang diselesaikan).

Metode Interior-Point

Berbeda dari Simplex yang menyusuri pinggiran (titik-titik sudut wilayah solusi), metode *Interior-Point* justru "menembus" bagian dalam wilayah solusi. Metode ini mulai populer setelah diperkenalkan oleh Narendra Karmarkar pada tahun 1984. Ia menawarkan pendekatan baru dengan kompleksitas waktu yang lebih baik secara teori, terutama untuk masalah LP berskala besar [2].

Secara intuitif, metode ini seperti mencari jalan pintas langsung ke arah titik optimal, tanpa harus memeriksa tiap sudut satu per satu. Karena itu, metode ini menjadi sangat populer dalam pengembangan perangkat lunak atau solver modern yang digunakan di banyak industri. Sebagai contoh, metode ini digunakan dalam optimasi keuntungan suatu produksi [17].

Konsep kunci dalam metode *Interior-Point* adalah penggunaan fungsi penghalang (*barrier function*) yang berfungsi menjaga iterasi solusi tetap berada dalam daerah feasible. Seiring proses optimisasi berlangsung, pengaruh fungsi penghalang ini secara bertahap dikurangi melalui parameter pengendali, sehingga solusi mendekati batas optimal tanpa melanggar kendala. Penjelasan rinci tentang teori dan aplikasi fungsi penghalang dalam *Interior-Point method* dapat ditemukan dalam buku *Convex Optimization* [2], buku *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming* [18], dan buku-buku lainnya.

Seiring perkembangannya, metode *Interior-Point* tidak hanya berhenti pada satu pendekatan tunggal, melainkan berkembang menjadi berbagai varian algoritma yang disesuaikan untuk efisiensi dan stabilitas numerik dalam berbagai jenis masalah optimisasi. Mulai dari metode barrier klasik hingga metode primal-dual yang lebih canggih, masing-masing varian menawarkan strategi iteratif yang berbeda dalam menavigasi ruang solusi. Namun pada bagian ini, untuk memahami konsep dasarnya, pembahasan difokuskan pada varian yang paling sederhana, yaitu *Barrier Method*, yang menjadi fondasi bagi pengembangan algoritma *Interior-Point* modern. Berikut ini diberikan langkah-langkahnya [2].

1) Mulai dari titik yang aman.
   Pilih titik awal x yang memenuhi semua kendala, dan tetapkan nilai awal untuk parameter pembobot $t > 0$, parameter peningkata $\mu > 1$, dan toleransi $\epsilon > 0$.
2) Cari titik terbaik untuk t saat ini.
   Temukan $x^*(t)$, yaitu titik yang meminimalkan fungsi tujuan gabungan yang terdiri dari fungsi tujuan asli ditambah fungsi barrier sebagai penalti, sambil tetap memenuhi kendala.
3) Perbarui solusi.
   Ganti x dengan $x^*(t)$
4) Periksa apakah sudah cukup baik.
   Jika $\frac{m}{t} < \epsilon$ (dimana m menyatakan banyaknya kendala ketidaksetaraan dalam formulasi masalah optimisasi), maka proses dihentikan karena solusinya sudah cukup mendekati optimal
5) Tingkatkan t.
   Jika belum selesai, tingkatkan t dengan $t = \mu t$, lalu ulangi dari langkah 2.

3.2. Optimisasi Kuadratik

Masalah optimisasi konveks disebut sebagai *Quadratic Optimization* atau *Quadratic Program* (QP) jika fungsi objektifnya berbentuk kuadratik konveks dan fungsi-fungsi kendalanya bersifat *affine* (linear). Secara umum, bentuk standar dari masalah QP dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{minimalkan } \frac{1}{2}x^T P x + q^T x$$
$$\text{dengan kendala } Gx \preccurlyeq h,$$

dimana $P \in S_n^+$ adalah matriks simetris positif semidefinit; $q \in \mathbb{R}^n$ adalah vektor koefisien linear; $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$ dan $h \in \mathbb{R}^m$ mewakili kendala ketaksamaan linear yang mendefinisikan daerah *feasible*. Adapun tanda $\preccurlyeq$ menyatakan suatu relasi tertentu yang sesuai dengan masalah yang akan diselesaikan. Pada QP yang diberikan, tujuan utamanya adalah meminimalkan sebuah fungsi kuadratik konveks di atas himpunan solusi yang dibatasi oleh ketaksamaan linear, yang secara geometris membentuk sebuah poliedron [2].

Untuk menyelesaikan masalah QP seperti yang telah diformulasikan pada bagian sebelumnya, terdapat beberapa metode numerik yang umum digunakan, bergantung pada ukuran dan sifat dari permasalahan yang dihadapi. Secara umum, metode-metode ini bertujuan untuk menemukan titik x yang meminimalkan fungsi objektif kuadratik sambil tetap berada di dalam wilayah *feasible* yang ditentukan oleh kendala linear. Berikut ini deberikan penjelasan singkat dari beberapa metode yang sering digunakan dalam menyelesaikan masalah QP [19].

Full KKT Factorization

Metode faktorisasi KKT penuh merupakan teknik langsung yang digunakan untuk menyelesaikan sistem Karush-Kuhn-Tucker (KKT) yang muncul dalam permasalahan Quadratic Programming. Prinsip dasarnya adalah memfaktorkan matriks KKT menjadi bentuk yang lebih sederhana sehingga solusinya bisa dihitung secara eksplisit. Metode ini tergolong sangat akurat dan stabil secara numerik, tetapi menjadi kurang efisien jika matriks KKT yang dihadapi berukuran besar, karena faktorisasinya membutuhkan operasi komputasi yang intensif dan memori yang besar. Oleh karena itu, metode ini menjadi kurang efisien untuk masalah skala besar, yaitu ketika jumlah variabel dan kendala sedemikian besar sehingga pendekatan faktorisasi langsung menjadi tidak praktis dan metode iteratif menjadi lebih sesuai.

Schur-Complement Method

Metode Schur-*Complement* sangat berguna dalam penyelesaian sistem KKT terutama ketika matriks Hessian G yang digunakan bersifat definit positif. Dalam pendekatan ini, sistem KKT diubah sehingga bagian kendala dieliminasi lebih dulu, dan hanya tersisa sistem persamaan yang lebih kecil dan lebih mudah untuk diselesaikan. Metode ini menawarkan efisiensi yang signifikan, terutama jika jumlah kendala dalam masalah QP relatif kecil dan matriks Hessian memiliki struktur yang sederhana. Selain lebih hemat dalam pemakaian memori, metode ini juga lebih stabil dalam perhitungan jika dibandingkan dengan faktorisasi KKT penuh.

Null-Space Method

Metode ruang nol atau *Null-Space method* adalah pendekatan yang membagi sistem KKT menjadi dua sub-sistem yang lebih kecil, dengan memanfaatkan proyeksi solusi ke dalam ruang null dari matriks kendala. Keunggulan metode ini terletak pada fleksibilitasnya, karena tidak memerlukan matriks Hessian untuk memiliki sifat khusus seperti definit positif. Teknik ini memungkinkan sistem yang lebih kecil dan lebih terstruktur untuk diselesaikan, sehingga efisien baik dari segi waktu komputasi maupun penggunaan memori. *Null-Space method* sangat sesuai diterapkan pada masalah optimisasi konveks yang memiliki lebih banyak variabel dibandingkan jumlah kendala.

Active-Set Method

Metode *Active-Set* adalah pendekatan klasik dalam penyelesaian QP konveks, yang bekerja dengan mengasumsikan terlebih dahulu sejumlah kendala aktif pada solusi optimal. Algoritma ini memulai proses dengan menebak kendala mana yang "aktif" (terpenuhi dengan ketat) dan kemudian menyelesaikan masalah sub-QP yang lebih kecil pada tiap iterasinya. Set kerja (working set) ini akan diperbarui seiring proses berjalan sampai solusi yang diperoleh memenuhi semua kriteria optimalitas. Metode ini cocok untuk masalah dengan jumlah kendala yang tidak terlalu banyak dan sangat efektif jika solusi awal sudah cukup dekat dengan solusi optimal.

Interior-Point Method

Metode *Interior-Point* adalah salah satu teknik paling modern dalam penyelesaian Quadratic Programming, terutama untuk masalah dengan skala besar dan struktur kendala yang kompleks. Prinsip dasarnya adalah memulai dari titik di dalam ruang kelayakan (feasible region) dan bergerak mengikuti jalur pusat (central path) menuju solusi optimal sambil selalu menjaga agar solusi tetap berada dalam batas kendala. Metode ini sering mengandalkan pendekatan Newton dalam iterasinya dan memiliki keunggulan dalam hal konvergensi yang stabil serta tidak terlalu tergantung pada pemilihan kendala aktif di awal. Meskipun tiap iterasinya lebih mahal secara perhitungan, jumlah iterasi yang dibutuhkan cenderung lebih sedikit, sehingga metode ini sangat cocok untuk masalah besar dalam optimisasi konveks.

3.3. Perbandingan antara Optimisasi Linear dan Kuadratik

Optimisasi linear (LP) dan optimisasi kuadratik (QP) merupakan dua sub-kelas utama dalam optimisasi konveks yang memiliki peran penting dalam berbagai aplikasi. Optimisasi linear merupakan bentuk paling sederhana, di mana fungsi objektif dan kendala seluruhnya berbentuk linear. Stabilitas dan efisiensi metode LP, seperti Simplex dan *Interior-Point*, telah menjadikan LP sangat luas diterapkan, misalnya dalam perencanaan produksi dan alokasi sumber daya.

Sebaliknya, optimisasi kuadratik memperluas konsep LP dengan melibatkan fungsi objektif berbentuk kuadratik konveks, sedangkan kendala tetap linear. Masalah QP sering muncul dalam aplikasi praktis seperti pemodelan portofolio dan perancangan sistem kontrol. Penyelesaiannya memerlukan metode yang lebih kompleks, seperti faktorisasi KKT, Schur-*Complement*, *Null-Space*, *Active-Set*, hingga *Interior-Point*.

Berdasarkan tinjauan literatur, perbandingan karakteristik antara optimisasi linear dan kuadratik dapat disajikan dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Perbandingan karakteristik LP dan QP

Aspek	Optimisasi Linear (LP)	Optimisasi Kuadratik (QP)
Struktur Fungsi Objektif	Linear: $c^T x$	Kuadratik konveks: $\frac{1}{2}x^T Px + q^T x$
Sifat Matematis	Selalu konveks	Konveks jika $P \succcurlyeq 0$ (positif semidefinit)
Kompleksitas Teoritis	Polynomial time	Polynomial time dengan konstanta lebih besar
Metode Penyelesaian	Simpleks, *Interior-Point*	KKT *factorization, Active-Set, Interior-Point*
Karakteristik Utama	Sederhana dan efisien	Fleksibel untuk struktur kompleks
Contoh Aplikasi	Produksi, rantai pasok, alokasi sumber daya	Portofolio keuangan, sistem kontrol, rekonstruksi citra

Dengan demikian, LP menawarkan kemudahan dan efisiensi dalam penerapan umum, sedangkan QP memberikan fleksibilitas untuk memodelkan masalah dengan struktur objektif yang lebih realistis dan kompleks, meskipun membutuhkan metode penyelesaian yang lebih canggih.

4. Kesimpulan

Berdasarkan tinjauan literatur yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa optimisasi linear dan optimisasi kuadratik merupakan dua pendekatan fundamental dalam optimisasi konveks yang masing-masing memiliki keunggulan dan keterbatasan tersendiri, baik dari segi struktur perumusan maupun metode penyelesaiannya. Optimisasi linear, dengan fungsi objektif dan kendala berbentuk linear, menawarkan kestabilan dan efisiensi yang tinggi, didukung oleh metode klasik seperti Simplex dan *Interior-Point* yang telah terbukti efektif dalam skala industri maupun akademik. Sementara itu, optimisasi kuadratik menyediakan fleksibilitas lebih melalui fungsi objektif kuadratik konveks dan kendala linear untuk menangani permasalahan dengan struktur hubungan variabel yang lebih kompleks, yang penyelesaiannya mengandalkan metode numerik lanjutan seperti faktorisasi KKT, Schur-*Complement*, *Null-Space*, *Active-Set*, dan *Interior-Point*. Tinjauan ini menunjukkan bahwa pemahaman mendalam mengenai karakteristik kedua pendekatan tersebut sangat penting untuk pengembangan algoritma optimisasi konveks yang lebih efisien, adaptif, dan aplikatif dalam menjawab tantangan riset dan kebutuhan industri di masa depan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. H. Alridha, F. H. A. Alsharify, and Z. Al-Khafaji, "A review of optimization techniques: Applications and comparative analysis," *Iraqi Journal for Computer Science and Mathematics*, vol. 5, no. 2, pp. 122–134, 2024, https://doi.org/10.52866/ijcsm.2024-05-02-011.

[2] S. P. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2004.

[3] A. Ben-Tal and A. Nemirovski, *Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms, and Engineering Applications*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. https://doi.org/10.1137/1.9780898718829.

[4] J. Fadili, T. T. A. Nghia, and D. N. Phan, "Solution uniqueness of convex optimization problems via the radial cone", *arXiv preprint arXiv:2401.10346*, 2024, https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.10346.

[5] Y. Nesterov, *Introductory Lectures on Convex Optimization*, vol. 87. New York, NY: Springer, 2004, https://doi.org/10.1007/978-1-4419-8853-9.

[6] S. Dutta and A. K. Misra, "Comparison between convex and non-convex optimization methods for collision avoidance maneuvers by a spacecraft," *Acta Astronautica*, vol. 202, pp. 900–908, 2023, https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.06.020.

[7] O. Abraham, J. Abiodun, J. Ehimen, and O. Moses, *Application of Linear Programming in Production Planning*. Islamic Azad University, 2019.

[8] O. Solaja, J. Abiodun, M. Abioro, J. Ekpudu, and O. Olasubulumi, "Application of linear programming techniques in production planning", vol. 9, no. 3, 2019. https://ijorlu.liau.ac.ir/article-1-596-en.pdf

[9] M. C. Robini and Y. Zhu, "Generic half-quadratic optimization for image reconstruction", *SIAM Journal on Imaging Sciences*, vol. 8, no. 3, pp. 1752–1797, 2015, https://doi.org/10.1137/140987845.

[10] S. Mobayen, "Linear quadratic optimal control system design using particle swarm optimization algorithm", *International Journal of the Physical Sciences*, vol. 6, no. 30, 2011, https://doi.org/10.5897/IJPS11.726.

[11] S. Syaripuddin, F. D. T. Amijaya, W. Wasono, S. Tulzahrah, and R. Suciati, "Application of quadratic programming on portfolio optimization using Wolfe's method and particle swarm optimization algorithm", *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 18, no. 2, pp. 1067–1080, 2024, https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss2pp1067-1080.

[12] J. Gondzio, "Interior point methods 25 years later", *European Journal of Operational Research*, vol. 218, no. 3, pp. 587–601, 2012, https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.09.017.

[13] K. G. Murty, "A new practically efficient interior point method for quadratic programming", 2006.

[14] M. Lazar, "Constrained linear-quadratic optimization problems with parameter-dependent entries", *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 198, pp. 781–804, 2023, https://doi.org/10.1007/s10957-023-02257-6.

[15] G. B. Dantzig, *Linear Programming and Extensions*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1963.

[16] R. J. Vanderbei, *Linear Programming: Foundations and Extensions*, 3rd ed. New York, NY: Springer, 2008, https://doi.org/10.1007/978-0-387-74388-2.

[17] O. N. Permata and Y. Rizal, "Optimasi keuntungan produksi menggunakan algoritma titik interior pada Warung Pempek Setiabudi", *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 8, 2024. https://jptam.org/index.php/jptam/article/view/18776

[18] Y. Nesterov and A. Nemirovskii, *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994, https://doi.org/10.1137/1.9781611970791.

[19] J. Nocedal and S. J. Wright, *Numerical Optimization*, 2nd ed. New York, NY: Springer, 2006.